

# REACTIONS NUCLEAIRES SPONTANÉES : EXERCICES II

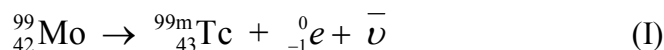
## Production et désintégration du technétium $^{99m}\text{Tc}$

Le technétium  $^{99m}\text{Tc}$  (état excité de  $^{99}\text{Tc}$ ), est émetteur de rayons  $\gamma$  utilisés en médecine nucléaire pour détecter les tumeurs cervicales ( $\gamma$  caméra) :



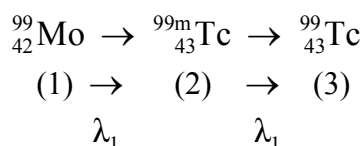
La période de désintégration  $T_2$  de  $^{99m}\text{Tc}$  est de 6 heures.

Le  $^{99m}\text{Tc}$  est lui-même produit par la désintégration  $\beta^-$  du molybdène  $^{99}\text{Mo}$ , dont la période  $T_1$  est de 66,5 heures :



On désignera avec l'indice 1 les paramètres radioactifs (période, constante radioactive, activité) relatifs à l'élément  $^{99}\text{Mo}$ , qui subit la réaction de désintégration à l'origine de la production du  $^{99m}\text{Tc}$ , et ceux relatifs au technétium  $^{99m}\text{Tc}$  seront désignés avec l'indice 2.

Les réactions nucléaires de filiation, peuvent alors se schématiser par :



1. Variation en fonction du temps du nombre de noyaux  $N_1(t)$  de  $^{99}\text{Mo}$  et activité  $a_1(t)$

1.1. Exprimer la variation  $dN_1$  du nombre  $N_1$  de noyaux (1) pendant l'intervalle de temps  $dt$  (expression littérale en fonction de  $N_1$ ,  $\lambda_1$ ).

1.2. En déduire l'expression littérale de la variation  $da_1$  de l'activité  $a_1$  en fonction de  $a_1$ ,  $\lambda_1$

1.3. Retrouver la loi de variation de  $a_1$  en fonction du temps (on posera  $a_{10}$  = activité du radioélément (1) au temps initial).

2. Variation en fonction du temps du nombre de noyaux  $N_2(t)$  de  $^{99m}\text{Tc}$  et activité  $a_2(t)$

2.1. Exprimer la variation  $dN_2$  du nombre  $N_2$  de noyaux (2) pendant l'intervalle de temps  $dt$  en fonction de  $N_1$ ,  $\lambda_1$ ,  $N_2$ ,  $\lambda_2$ .

2.2. Trouver l'expression  $da_2$  de l'activité  $a_2$  en fonction de  $a_2$ ,  $a_1$ ,  $\lambda_2$ , que l'on arrangera sous la forme d'une équation différentielle :

$$K_1 \frac{da_2}{dt} + K_2 a_2 = f(t) \text{ où } K_1 \text{ et } K_2 \text{ sont des constantes}$$

(cette équation trouvée appelée est l'équation différentielle qui gouverne l'évolution de l'activité  $a_2$  au cours du temps).

2.3. Vérifier \* que la solution de cette équation différentielle [qui est du premier ordre, avec second membre (car  $f(t)$  est différent de zéro)] est :

$$a_2(t) = a_{10} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

\* Vérifier que  $a_2(t)$  est solution de l'équation, c'est montrer qu'en remplaçant  $a_2$  et sa dérivée  $da_2/dt$  par leurs expressions dans le membre de gauche de l'équation, on retrouve le second membre  $f(t)$ .

Remarque : la dérivée de  $g(t) = e^{\alpha t}$  par rapport au temps est  $g'(t) = \alpha e^{\alpha t}$  si  $\alpha$  est une constante

### 3. Tracés des variations $a_1(t)$ et $a_2(t)$

3.1. A l'instant initial on dispose d'une source  $^{99}\text{Mo}$  dont l'activité vaut  $a_{10} = 8,5 \text{ Ci}$ .

Cette source ne contient pas de technétium :  $a_2(0) = 0$ .

Calculer l'activité  $a_1$  du  $^{99}\text{Mo}$  et l'activité  $a_2$  du  $^{99\text{m}}\text{Tc}$  au temps  $t = 10 \text{ h}$ .

3.2. L'activité  $a_2$  du  $^{99\text{m}}\text{Tc}$  passe par un maximum. Déterminer :

- le temps  $t_{\text{max}}$  pour lequel le maximum est atteint,
- les valeurs  $a_2(t_{\text{max}})$  et  $a_1(t_{\text{max}})$ .

*On rappelle qu'une fonction admet un extremum quand sa dérivée s'annule (Sachant qu'au départ l'activité est nulle, l'activité va commencer par croître, donc le premier extremum sera un maximum)*

3.3. Compléter le tableau de valeurs :

| t (h)     | 0   | 10 | $t_{\text{max}}$ | 50  | 100 |
|-----------|-----|----|------------------|-----|-----|
| $a_1$ (t) | 8,5 |    |                  | 5,1 | 3,0 |
| $a_2$ (t) | 0   |    |                  | 5,5 | 3,3 |

et tracer sur un même graphe les variations de  $a_1$  et  $a_2$ .

4. Pour que cette source soit utilisable en médecine nucléaire, il faut que l'activité  $a_2$  de l'échantillon soit supérieure ou égale à  $5 \text{ Ci}$  ; estimer à l'aide de la courbe dans quel intervalle de temps cette source peut être utilisée.

### Radioactivité du baryum 133

1. Le baryum 133 est instable ; à l'aide du tableau ci-contre, déterminer le(s) type(s) de désintégration qu'il est susceptible de subir.

Dans la réalité, la désintégration du baryum 133 se fait essentiellement par capture électronique ; expliquer ce qu'est une capture électronique et donner l'équation correspondante.

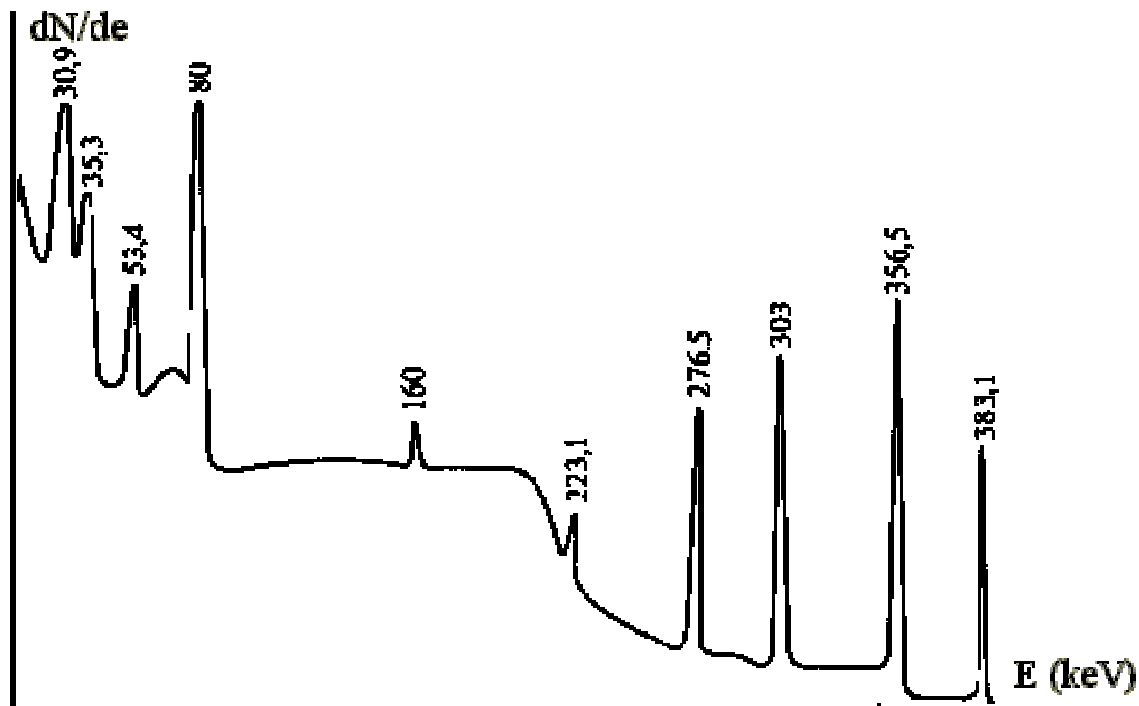
Dans ces conditions, quel type de rayonnement va-t-on détecter autour d'une source de baryum 133 ?

|                                                                                                                                |                                                                                                            |                                                                                                              |                                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>133Ba</b><br>56Ba77<br>38.9 h 11/2 <sup>-</sup><br>Ex: 2824 (0.00)<br>IT=100%<br>EC=100%                                    | <b>134Ba</b><br>56Ba78<br>stable 0 <sup>+</sup><br>M=86949.9 (0.4)<br>Abundance=2.417 (18)%                | <b>135Ba</b><br>56Ba79<br>28.7 h 11/2 <sup>-</sup><br>Ex: 288.22 (0.02)<br>IT=100%<br>Nucleo=6.502 (10%)     | <b>136Ba</b><br>56Ba80<br>306.4 ms 7 <sup>-</sup><br>Ex: 2038.68 (0.08)<br>IT=100%<br>Nucleo=7.554 (0.4) |
| <b>132Cs</b><br>55Cs77<br>6.479 d 2 <sup>+</sup><br>M=87155.9 (1.9)<br>β <sup>+</sup> =98.13 (9)%<br>β <sup>-</sup> =1.87 (9)% | <b>133Cs</b><br>55Cs78<br>stable 7/2 <sup>+</sup><br>M=88070.958 (0.022)<br>Abundance=100.%                | <b>134Cs</b><br>55Cs79<br>2.903 h 8 <sup>-</sup><br>Ex: 137.44 (0.008)<br>IT=100%<br>EC=0.0003 (1%)          | <b>135Cs</b><br>55Cs80<br>53 m 19/2 <sup>-</sup><br>Ex: 1632.9 (1.5)<br>IT=100%<br>β <sup>-</sup> =100%  |
| <b>131Xe</b><br>54Xe77<br>11.94 d 11/2 <sup>-</sup><br>Ex: 1635.0 (0.00)<br>IT=100%<br>Nucleo=21.12 (9%)                       | <b>132Xe</b><br>54Xe78<br>5.39 ms (10 <sup>1</sup> )<br>Ex: 2162.27 (0.17)<br>IT=100%<br>Nucleo=25.58 (9%) | <b>133Xe</b><br>54Xe79<br>2.19 d 11/2 <sup>-</sup><br>Ex: 2332.22 (0.008)<br>IT=100%<br>β <sup>-</sup> =100% | <b>134Xe</b><br>54Xe80<br>290 ms 7 <sup>-</sup><br>Ex: 1965.5 (0.5)<br>IT=100%<br>2β <sup>-</sup> =100%  |

2. Le spectre d'émission des photons émis au cours de la désintégration, donné par un détecteur à jonction, est donné ci-après.

On y distingue plusieurs raies, correspondant à des photons X et/ou à des photons  $\gamma$ .

2.1. A priori, quelles sont les raies correspondant à de l'émission X et celles correspondant à de l'émission  $\gamma$  ?



2.2.

|       |       |
|-------|-------|
| _____ | 436,5 |
| _____ | 383,1 |
| _____ | 160   |
| _____ | 80    |
| _____ | 0     |

Les premiers niveaux d'énergie des états excités du césium 133 sont donnés dans le diagramme ci-contre

À l'aide de ce diagramme, justifier l'existence des principales raies observées dans le spectre donné précédemment.

2.3. On donne ci-contre les niveaux d'énergie des couches internes du nuage électronique de l'atome de césium

| 1s    | 2s   | 2p <sub>1/2</sub> | 2p <sub>3/2</sub> |
|-------|------|-------------------|-------------------|
| 35985 | 5714 | 5359              | 5012              |

Calculer les énergies des différentes raies  $K_{\alpha}$  ; relier ces valeurs à celles des raies observées dans le spectre ; conclure.

3. La période radioactive du baryum vaut 10,53 ans.

3.1. Calculer sa constante radioactive.

3.2. Calculer l'activité massique du baryum 133 (activité d'un gramme de ce nucléide pur).

3.3. Calculer la durée nécessaire à la diminution d'un facteur 10 de l'activité d'un échantillon de baryum.