PARTICULES CHARGÉES : EXERCICES

Expérience de Millikan

Entre les armatures horizontales A et B d'un condensateur plan, on introduit, sans vitesse initiale, de petites gouttes de glycérine considérées comme des sphères homogènes de rayon r.
Les armatures sont distantes de d, le diélectrique est de l'air. On admettra que chaque goutte subit une force de frottements visqueux $\vec{R} = -6\pi\eta r\vec{v}$, où η est le coefficient de viscosité de l'air.
On note μ la masse volumique de la glycérine.

1. Détermination du rayon d'une goutte
La différence de potentiel entre les armatures est nulle.
1.1. En appliquant la relation de Newton à une goutte choisie pour système, établir l'équation différentielle à laquelle obéit la vitesse v de la goutte.
1.2. Montrer que la vitesse de la goutte tend vers une vitesse limite v_1.
Vérifier que $v_1 = \dfrac{2r^2\mu g}{9\eta}$.
1.3. En introduisant l'expression de la vitesse limite v_1 dans l'équation différentielle établie à la question 1.1, montrer que celle-ci peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} = A(v_1 - v) \text{ avec } A = \frac{9\eta}{2r^2\mu}$$

en déduire l'équation horaire de la vitesse.
1.3. Lorsque les gouttes ont atteint la vitesse limite v_1, à l'aide d'une lunette d'observation, on note qu'une goutte parcourt la distance d_1 pendant une durée t_1 ; calculer le rayon r de la goutte.
Données numériques :
$\eta = 1{,}83 \times 10^{-5}$ (unités SI) $\mu = 1260$ kg.m^{-3}
$g = 9{,}81$ m.s^{-2} $d_1 = 8{,}00$ mm
$t_1 = 24{,}8$ s.

2. Détermination de la charge d'une goutte
Par un dispositif approprié, les gouttes sont chargées, chaque goutte portant une charge q_2 . On établit une tension U_2 entre les armatures du condensateur de façon telle que la force électrostatique soit verticale, dirigée vers le haut. Chaque goutte ayant un mouvement ascendant, sa vitesse tend alors rapidement vers une vitesse limite v_2.
2.1. Montrer que $v_2 = v_1 - \dfrac{q_2 E}{6\pi\eta r}$
2.2. On observe alors qu'une goutte parcourt une distance d_2 pendant une durée t_2. Calculer la valeur absolue de la charge q_2.
Données numériques :
$d = 1{,}0$ cm $d_2 = 8{,}0$ mm
$U_2 = 362$ V $t_2 = 30{,}2$ s

Montrer que la charge calculée est un multiple de la charge élémentaire.

3. Détermination de la charge élémentaire.
Plusieurs expériences ont donné les valeur suivantes (en $\times 10^{-19}$ C)
11,2 14,4 16,0 6,4 8,0 9,6 4,8 17,6
Expliquer comment, à partir de ces résultats, on peut déterminer la valeur de la charge élémentaire.

Étude d'un cyclotron.

Caractéristiques du proton :
masse: m = 1,67 × 10^{-27} kg, charge e = 1,6 × 10^{-19} C.

A. Un proton, initialement au repos, est soumis à un champ électrique $\vec{E}$ uniforme.
Établir, en fonction de m, e, E et de la longueur l de la trajectoire du proton dans le champ électrique les expressions de :

a) l'équation horaire du mouvement du proton
b) la durée qu'il met pour parcourir la longueur l
c) la vitesse atteinte après un parcours de longueur l et son énergie cinétique.
Application numérique : l = 1,0 cm ; E = 2,0 × 10^{6} V.m^{-1}

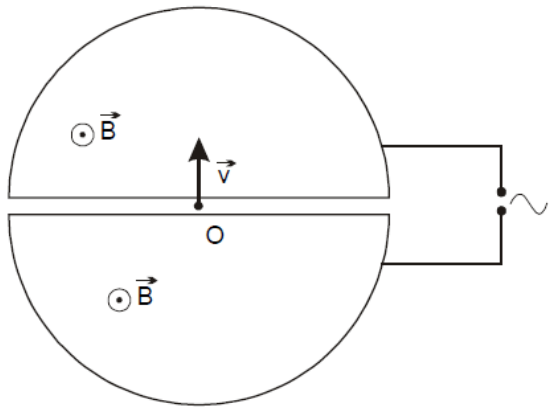
B. La longueur de la trajectoire peut s'exprimer en fonction de la différence de potentiel U entre l'origine et l'extrémité de la trajectoire.

a) Donner l'expression de U en fonction de E et l.
b) Donner, en unités du système international (S.I), l'énergie cinétique d'un électron accéléré sous une différence de potentiel de 1,0 V.
c) Donner, en eV, l'énergie du proton de la question A
Application numérique : l = 1,0 cm ; E = 2,0 × 10^{6} V.m^{-1}

C. Le proton ayant acquis l'énergie cinétique E_C dans le champ $\vec{E}$, on le soustrait à l'action de ce champ et on le soumet à un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire à sa vitesse.

a) Établir l'expression du rayon de la trajectoire.
b) Calculer la durée mise par le proton pour décrire une demi-circonférence. Cette durée dépend-elle de l'énergie cinétique du proton ?
Application numérique : B = 0,8 T.

D. Soit O le point où le proton entre dans le champ $\vec{B}$
On suppose qu'il est alors animé d'une très faible vitesse perpendiculaire à $\vec{B}$.
Il est injecté au centre de la boîte partagée en deux demi-cylindres appelés "dees" ; on établit une tension alternative sinusoïdale entre les "dees".



a) Expliquer le rôle de cette tension.
b) Déterminer la période et la fréquence de cette tension pour que le proton reçoive une impulsion maximale à chaque passage entre les "dees"
Application numérique : B = 0,80 T.

E. l'amplitude de la tension appliquée vaut U = 35,0 kV quand le proton traverse l'intervalle compris entre les "dees". La condition de résonance est maintenant réalisée pour la fréquence N = 12 MHz (le champ magnétique est maintenant différent).

a) Calculer la nouvelle valeur du champ magnétique.
b) Calculer l'énergie cinétique du proton quand il se déplace sur la circonférence de rayon R = 15 cm .
c) Déterminer le supplément d'énergie acquis par le proton lorsqu'il effectue une traversée de l'intervalle compris entre les "dees".
d) Déterminer combien de demi-circonférences le proton décrit dans le cyclotron pour atteindre l'énergie cinétique calculée à la question b).