

# THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Dans le domaine de validité de la mécanique newtonienne, la notion d'énergie cinétique apparaît comme une conséquence de la relation fondamentale de la dynamique (loi de Newton).

Pour un corps considéré comme ponctuel de masse  $m$  constante, la loi de Newton s'écrit :

$$m \vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i$$

$\sum_i \vec{F}_i$  est la somme des forces appliquées au point matériel (y compris les forces d'inertie dans un référentiel non galiléen).

On multiplie de part et d'autre de l'égalité par la vitesse  $\vec{v}$  (attention, c'est un produit scalaire de vecteurs) :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = \left( \sum_i \vec{F}_i \right) \cdot \vec{v}$$

en remarquant que  $\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} v^2 \right)$ , il vient :  $\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) = \sum_i (\vec{F}_i \cdot \vec{v})$

En posant (par définition de l'énergie cinétique en mécanique classique)  $E_C = \frac{1}{2} m v^2$ , on obtient :

$$\frac{dE_C}{dt} = \sum_i (\vec{F}_i \cdot \vec{v})$$

**qui constitue la forme instantanée du théorème de l'énergie cinétique (en mécanique classique).**

**La variation instantanée d'énergie cinétique est égale à la somme des puissances des forces appliquées au point matériel.**

En remarquant que  $\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$ , on obtient :

$$dE_C = \sum_i \vec{F}_i \cdot d\vec{l}$$

qui constitue la forme différentielle de du théorème de l'énergie cinétique.

La quantité  $\vec{F}_i \cdot d\vec{l}$  est le travail élémentaire de la force  $\vec{F}_i$ .

En intégrant cette expression entre deux position A et B, on obtient :

$$\int_A^B dE_C = \int_A^B \sum_i \vec{F}_i \cdot d\vec{l} = \sum_i \int_A^B \vec{F}_i \cdot d\vec{l} = \sum_i W_{A \rightarrow B}^{\vec{F}_i}$$

**Qui constitue le théorème de l'énergie cinétique :**

$$E_{CB} - E_{CA} = \sum_i W_{A \rightarrow B}^{\vec{F}_i}$$

**Entre deux états A et B, la variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces appliquées au point matériel.**

Quelques exemples simples :

Le théorème de l'énergie cinétique dans un champ gravitationnel  $\vec{g}$  uniforme s'écrit :

$$E_{CB} - E_{CA} = W_{A \rightarrow B}^{m\vec{g}} = m\vec{g} \cdot \vec{AB} = mg(z_A - z_B)$$

$z_A - z_B$  est la différence d'altitude entre A et B.

Le théorème de l'énergie cinétique dans un champ électrique  $\vec{E}$  uniforme s'écrit :

$$E_{CB} - E_{CA} = W_{A \rightarrow B}^{q\vec{E}} = q\vec{E} \cdot \vec{AB} = q(U_A - U_B)$$

$U_A - U_B$  est la différence de potentiel entre A et B.