

## IMRT3 : DEVOIR 5 : 1314

### Données :

masse de l'électron :  $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0,511 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$   
célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   
charge élémentaire  $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$   
constante de Planck :  $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$   
masse d'un proton :  $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$   
unité de masse atomique :  $1 \text{ u} = 1,66054 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$   
niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène :  $E_1 = -13,6 \text{ eV}$  ;  $E_2 = -3,4 \text{ eV}$  ;  $E_3 = -1,5 \text{ eV}$  ;  $E_4 = -0,85 \text{ eV}$   
numéro atomique du tungstène :  $Z(W) = 74$   
masse volumique de l'aluminium :  $\rho_{Al} = 2,7 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$   
masse volumique du plomb :  $\rho_{Pb} = 11,3 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$

### Q1 : QCM: compléter le tableau par V pour Vrai et F pour Faux

- Les états d'énergie d'un électron sont définis par quatre nombres quantiques. On peut affirmer que :
  - le nombre quantique magnétique  $m$  varie par valeurs entières de  $-n$  à  $+n$
  - le nombre quantique secondaire  $l$  varie par valeurs entières de  $0$  à  $n-1$
  - deux électrons appariés ont leurs quatre nombres quantiques identiques
  - le nombre quantique de spin  $s$  est demi-entier
  - le nombre quantique principal est toujours positif.
- La longueur d'onde d'un photon vaut  $1,75 \text{ pm}$ .
  - son énergie vaut  $0,113 \text{ pJ}$
  - sa masse vaut  $1,26 \times 10^{-30} \text{ kg}$
  - il peut donner lieu à une réaction de matérialisation au voisinage d'un noyau.
  - son énergie vaut  $7,1 \text{ MeV}$
  - la fréquence de l'onde associée vaut  $1,71 \times 10^{-20} \text{ Hz}$
- Le retour à l'état fondamental d'un atome d'hydrogène depuis le troisième état excité peut s'accompagner :
  - de l'émission d'un photon de  $10,8 \text{ eV}$
  - de l'émission d'un photon de  $15,8 \text{ eV}$
  - de l'émission d'un photon de  $12,7 \text{ eV}$
  - de l'émission d'un photon de longueur d'onde  $\lambda = 97,3 \text{ nm}$
  - de l'émission d'un photon d'énergie  $2,18 \times 10^{-18} \text{ J}$
- L'énergie moyenne de liaison par nucléon de la particule  $\alpha$  est  $7,07 \text{ MeV/nucléon}$ .  
La masse de la particule  $\alpha$  est
  - $4,002 \text{ 58 u}$
  - $4,063 \text{ 5 u}$
  - $4,032 \text{ 98 u}$
  - $4,025 \text{ 39 u}$
  - $4,000 \text{ u}$
- Un champ électrique peut être produit par :
  - une masse
  - un aimant
  - deux plaques parallèles chargées
  - une charge électrique
  - une masse en mouvement
- Un flux de protons, de vitesses initiales négligeables, est accéléré par une différence de potentiel de  $100 \text{ kV}$ .
  - l'énergie cinétique des protons vaut  $100 \text{ kJ}$ .
  - l'énergie cinétique des protons vaut  $1,6 \times 10^{-17} \text{ J}$
  - les protons sont relativistes.
  - la vitesse des protons vaut  $4,4 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
  - l'énergie totale d'un proton vaut  $938 \text{ MeV}$ .

7. Des particules  $\alpha$ , d'énergie cinétique  $E_c = 100 \text{ MeV}$  pénètrent dans une région où règne un champ magnétique de valeur  $B = 1 \text{ T}$  ; la direction du champ magnétique est perpendiculaire à la vitesse des particules  $\alpha$ .

- A. La trajectoire des particules est une parabole.
- B. Le mouvement des particules est accéléré.
- C. La trajectoire est un cercle de rayon  $R = 144 \text{ cm}$
- D. l'énergie cinétique de la particule reste constante au cours du mouvement.
- E. Le rayon de la trajectoire est proportionnel à l'énergie cinétique initiale de la particule

8. Soit un condensateur plan dont les plaques P et P' sont de longueur  $0,10 \text{ m}$  et distantes de  $4,0 \text{ cm}$ . La différence de potentiel entre les plaques vaut  $U_{PP'} = 2,0 \text{ kV}$ . La valeur du champ électrique régnant entre ces plaques vaut :

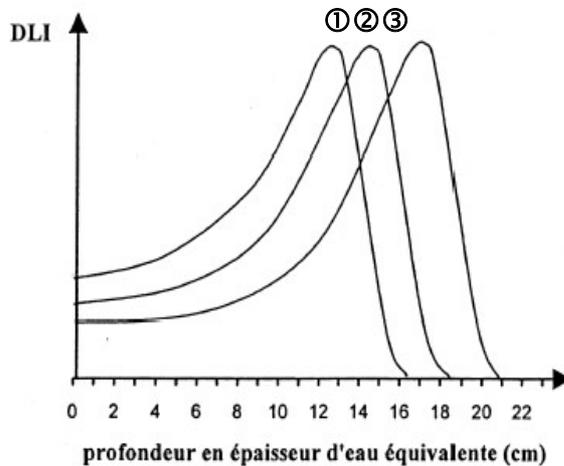
- A.  $500 \text{ V.cm}^{-1}$
- B.  $50 \text{ kV.m}^{-1}$
- C.  $0,02 \text{ V.m}^{-1}$
- D.  $50 \text{ V.m}^{-1}$
- E.  $200 \text{ V.m}^{-1}$

9. Au cours de leur pénétration dans la matière d'un faisceau d'électrons

- A. L'énergie cinétique des électrons reste constante
- B. La trajectoire des électrons est une droite.
- C. Certains électrons s'annihilent en photons de  $0,511 \text{ MeV}$
- D. Certains atomes de la matière sont ionisés
- E. Le transfert linéique d'énergie augmente en fin de parcours.

10. Le schéma ci-dessous représente la densité linéique d'ionisation pour des protons d'énergies différentes, au cours de leur pénétration dans l'eau.

- A. La profondeur de pénétration augmente avec l'énergie initiale des protons
- B. Le proton 3 est plus énergétique que le proton 1
- C. La DLI augmente avec l'énergie du proton
- D. En fin de parcours, l'énergie du proton augmente.
- E. Le nombre d'ionisations créées par le proton 1 est supérieur au nombre d'ionisations créées par le proton 3.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D										
E										

## Q2 : Échographie - Effet Doppler

### Données :

masses volumiques de différents milieux et célérité de l'onde sonore dans ces différents milieux :

Milieu	$\rho$ (en $\text{kg.m}^{-3}$ )	$c$ (en $\text{m.s}^{-1}$ )
Air	1,3	$3,4 \times 10^2$
Peau et graisse	$1,0 \times 10^3$	$1,4 \times 10^3$
Os	$1,9 \times 10^3$	$4,0 \times 10^3$

### A. Ultrasons.

1. Quelle est la nature des ondes sonores ? Peuvent-elles se propager dans le vide ?
2. À partir de quelle fréquence peut-on qualifier les ondes d'ultrasonores ?
3. Nommer et expliquer brièvement le phénomène qui permet de générer des ultrasons.

### B. Impédance acoustique.

1. L'impédance acoustique  $Z$  d'un milieu est donnée par la relation :

$$Z = \rho \cdot c$$

où  $\rho$  est la masse volumique du milieu et  $c$  la célérité du son dans ce même milieu.

Calculer l'impédance acoustique  $Z$  de chacun des trois milieux : (air), (peau et graisse), (os).

2. Le coefficient de transmission en énergie pour le passage du son d'un milieu 1 vers un milieu 2, en incidence quasi-normale, est donné par l'expression :

$$\alpha = \frac{4 Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

2.1. Calculer les coefficients de transmission en énergie pour les interfaces (air)-(peau et graisse) et (peau et graisse)-(os). Conclure.

2.2. Quel(s) problème(s) accompagne(nt) la transmission d'un ultrason au travers de l'interface (air)-(peau et graisse) ? Quelles(s) disposition(s) technique(s) utilise-t-on pour pallier ces difficultés ?

### C. Échographie.

La sonde fonctionne en mode pulsé. En écho au train d'onde  $T_1$ , on relève deux signaux  $e_0$  et  $e_1$  (figure 2). L'écho  $e_0$  est provoqué par l'interface (gel)-(peau et graisse) et l'écho  $e_1$  par l'interface (peau et graisse)-(os). Une durée  $\Delta t = 20,8 \mu\text{s}$  séparent les échos  $e_0$  et  $e_1$ . Les célérités des signaux dans les différents milieux sont données dans le tableau figurant dans les données page 4.

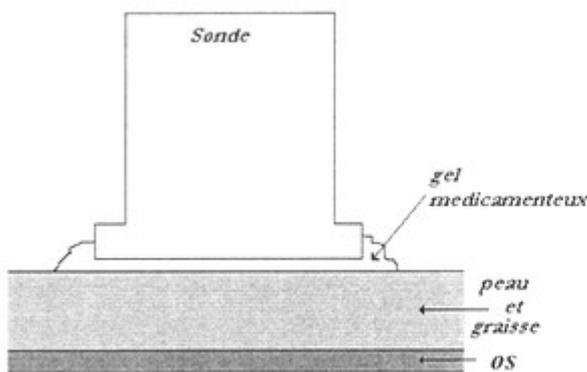


Figure 1

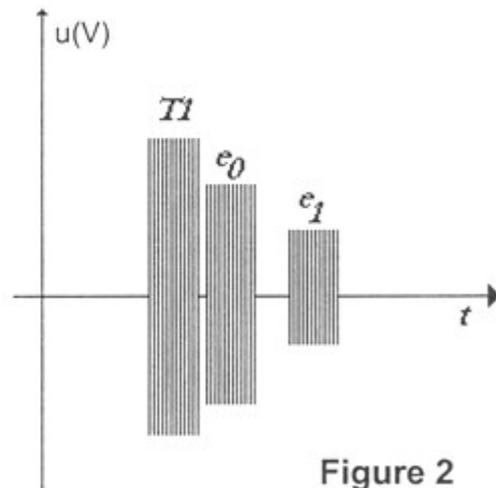


Figure 2

1. On note  $d$  la distance entre l'os et la surface de la peau.

1.1. Exprimer littéralement en fonction de  $d$  la distance  $d'$  parcourue par le signal pour produire l'écho  $e_1$ .

1.2. Déterminer la relation entre  $d'$  et  $\Delta t$  puis en déduire la valeur de  $d$ .

2. Caractériser qualitativement les échos par rapport au train d'onde  $T_1$  (fréquence, amplitude).

3. Le coefficient linéique d'absorption  $\mu$  du milieu peau-graisse, à la fréquence utilisée, est de  $12,2 \text{ m}^{-1}$ .

3.1. Donner l'expression de l'intensité du signal  $I$  en fonction de l'intensité initiale  $I_0$  après traversée d'une épaisseur  $x$  du milieu.

3.2. Exprimer l'intensité  $I'$  du signal en fonction de l'intensité initiale  $I$  après un aller-retour dans le milieu (peau et graisse) d'une épaisseur  $x$  et réflexion sur l'os. En déduire la valeur du rapport  $I' / I_0$  pour  $x = 1,5 \text{ cm}$ .

#### D. Effet Doppler.

On souhaite mesurer le débit sanguin dans une veine, en mettant à profit l'effet Doppler. La sonde fonctionne en mode pulsé à la fréquence de  $4,3 \text{ MHz}$ . On se place dans le cas où l'épaisseur du milieu (peau et graisse) est négligeable devant celle de la veine. La célérité des ultrasons dans le sang est de  $1,5 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$

1. Décrire succinctement le phénomène nommé "effet Doppler".

2. Le déplacement en fréquence est donné par la relation :

$$f_r - f_0 = \frac{2 v \cos \theta}{c} f_0$$

Définir tous les termes de cette relation.

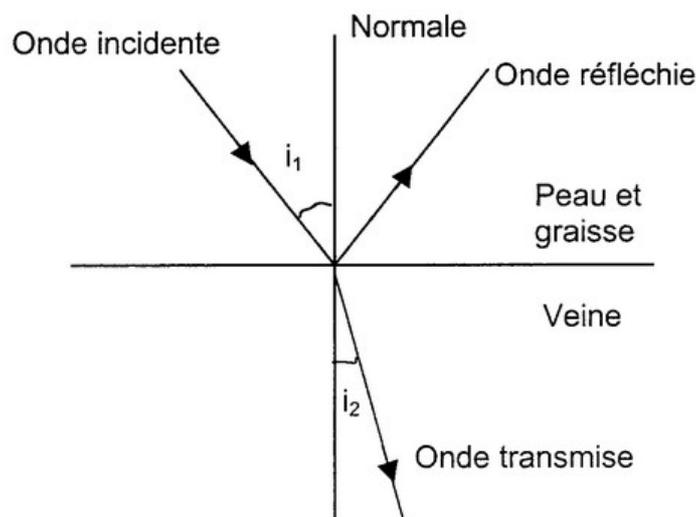
Calculer la vitesse du sang dans la veine pour  $f_r - f_0 = 0,50 \text{ kHz}$  et  $\theta = 60^\circ$ .

3. Pour quelle valeur de  $\theta$  cet écart serait théoriquement maximum ? Cette valeur est-elle réaliste en pratique dans le cadre professionnel ?

4. Les ondes ultra sonores sont déviées à l'interface entre deux milieux conformément à la loi de Snell-Descartes :

$$\frac{\sin i_1}{c_1} = \frac{\sin i_2}{c_2}$$

$i_1$  est l'angle d'incidence,  $i_2$  est l'angle de réfraction,  $c_1$  et  $c_2$  les célérités respectives des ultrasons dans les milieux concernés. La figure ci-dessous schématise le phénomène.



L'angle d'incidence de l'onde ultra sonore à l'interface (peau et graisse)-(veine) étant égal à  $30^\circ$ , calculer son angle de réfraction dans le sang.

5. Comparer les valeurs de  $i_1$  et  $i_2$ . En déduire si le phénomène de réfraction est préjudiciable pour la détermination de la vitesse du sang dans la veine.

## Problème : filtration des rayons X en radiodiagnostic.

### A. Étude des niveaux d'énergie de l'atome de tungstène

1. Donner la répartition des électrons dans les différentes couches du nuage électronique du tungstène. En déduire sa place (ligne, colonne) dans la classification périodique à 18 colonnes.

2. *En première approximation, les niveaux d'énergie d'un atome sont donnés par la relation :*

$$E_n = -13,6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ (eV)}$$

Calculer le niveau d'énergie  $E_1$  ( $n = 1$ ) de l'atome de tungstène.

3. *En réalité, la valeur de l'énergie  $E_1$  ( $n = 1$ ) de l'état fondamental de l'atome de tungstène est de - 69,5 keV*

Expliquer pourquoi la valeur mesurée est différente de la valeur calculée.

### B. Émission de rayons X par le tungstène

*On produit des rayons X dans un tube de Coolidge à anode de tungstène. Les électrons sont accélérés à l'aide d'une différence de potentiel  $U$  entre l'anode et la cathode de valeur 120 kV. On donne les niveaux d'énergie suivants pour l'atome de tungstène :*

$$E_K = -69,5 \text{ keV}$$

$$E_L = -11,3 \text{ keV}$$

$$E_M = -2,30 \text{ keV}$$

1. Calculer les énergies des photons provenant de l'émission des raies  $K_\alpha$  et  $L_\alpha$ . Exprimer ce résultat en keV.

2. L'énergie des photons de la raie  $L_\alpha$  varie-t-elle si l'on abaisse la tension  $U$  à une valeur de 30 kV ? Si oui, calculer sa nouvelle valeur, sinon justifier la réponse.

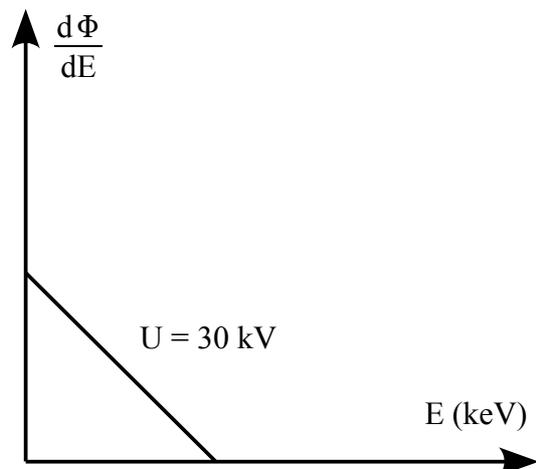
3. Le spectre des photons X obtenus résulte de l'addition d'un spectre de raies et d'un spectre continu. Donner le nom du phénomène auquel est due l'existence de ce spectre continu.

4. Donner en la justifiant l'expression de l'énergie des photons X les plus énergétiques que puisse émettre le tube. Calculer le résultat en J et en keV.

5. *L'évolution théorique du flux du rayonnement X en fonction de l'énergie est représentée ci-dessous pour une tension  $U$  de 30 kV.*

*Il a l'allure d'une droite décroissante dont l'abscisse maximale et l'ordonnée maximale sont toutes deux proportionnelles à  $U$*

Reproduire ce graphe pour  $U = 30 \text{ kV}$  puis représenter l'allure de l'évolution du flux du rayonnement X en fonction de l'énergie pour une tension égale à 120 kV.



6. Quels sont les effets sur le spectre des photons X de la traversée de la paroi du tube ?

## C. Atténuation des photons

*L'énergie de liaison d'un électron situé sur la couche K d'un atome de plomb est de 88 keV.*

### 1. Interactions des photons avec la matière

#### 1.1. Effet photoélectrique.

1.1.1. Donner la définition de l'effet photoélectrique. Décrire brièvement ce phénomène.

1.1.2. **On envoie un photon d'énergie 100 keV sur du plomb.** Calculer l'énergie cinétique de l'électron émis par effet photoélectrique.

#### 1.2. Effet Compton.

**Un photon d'énergie  $E = 660 \text{ keV}$  interagit par effet Compton avec un électron. Il projette cet électron en lui communiquant une énergie cinétique  $E_C$  de 97 keV, le reste de l'énergie étant emporté par un photon diffusé d'énergie  $E'$  faisant un angle  $\theta$  avec la direction du photon incident.**

1.2.1. Donner en la justifiant la relation existant entre  $E$ ,  $E'$  et  $E_C$ . En déduire la valeur de  $E'$ .

1.2.2. Calculer les longueurs d'onde  $\lambda$  et  $\lambda'$  des rayonnements incident et diffusé.

1.2.3. Déduire de la relation de Compton-Debye :  $\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$  la valeur de  $\cos \theta$ , puis de  $\theta$  en degrés.

1.2.4. Le choc était-il frontal ?

#### 1.3. Matérialisation.

1.3.1. Donner la définition de la matérialisation. Décrire brièvement ce phénomène.

1.3.2. Donner, en la justifiant, l'énergie minimale (en MeV) du photon permettant l'observation du phénomène.

1.3.3. Expliquer comment se répartit l'énergie d'un photon possédant une énergie supérieure à cette énergie minimale.

## 2. Variation de l'atténuation avec l'énergie des photons et la nature du milieu

La figure 3 figurant en annexe page 7 représente la variation du coefficient massique d'atténuation en fonction de l'énergie des photons incidents, pour deux milieux différents : l'aluminium et le plomb. Les échelles utilisées pour les axes sont logarithmiques, ce qui permet de regrouper sur un même graphe des valeurs très différentes sans pour autant "écraser" les plus faibles valeurs. Les domaines de prédominance des trois principales interactions dans chacun des milieux sont précisés au-dessus de ces courbes, et le tableau donne les coordonnées de quelques uns de leurs points **AUXQUELLES IL CONVIENDRA DE SE RÉFÉRER POUR EFFECTUER LES CALCULS DEMANDÉS**.

### 2.1. Atténuation provoquée par le plomb

2.1.1. Donner la valeur du coefficient linéique d'atténuation du plomb pour un faisceau de photons de 20 keV.

2.1.2. Même question pour un faisceau de 200 keV.

2.1.3. Un photon de 200 keV est-il plus pénétrant qu'un photon de 20 keV ? Justifier la réponse.

2.1.4. Un photon de 100 MeV est-il plus pénétrant qu'un photon de 10 MeV ? Justifier la réponse en utilisant les données figurant en annexe.

2.1.5. Définir et calculer la profondeur de déci-transmission d'un faisceau de photons de 20 keV pour le plomb et l'aluminium. De ces deux métaux, quel est celui dont le pouvoir d'atténuation est le plus important ?

### 2.2. Rôle d'un filtre

Sur la figure 4 ci-dessous, le spectre 1 est le spectre continu d'un faisceau issu d'un tube de Coolidge à anode de tungstène ( $U = 30 \text{ kV}$ ) et le spectre 2 est le spectre continu du même faisceau, après la traversée d'un filtre en molybdène dont le coefficient massique d'atténuation présente l'allure de la courbe tracée en pointillé (pour cette courbe, les ordonnées ne figurent pas sur le graphe).

On donne les niveaux d'énergie du molybdène :  $E_K = 20,0 \text{ keV}$   $E_L = 2,6 \text{ keV}$   $E_M = 0,4 \text{ keV}$

2.2.1. Commenter la forme de la courbe en pointillé (coefficient massique d'atténuation du molybdène) ; justifier l'existence du pic à l'aide des données du problème.

2.2.2. Interpréter le passage du spectre 1 au spectre 2 ; l'interprétation doit (bien sur) faire intervenir la courbe en pointillé.

Figure 4

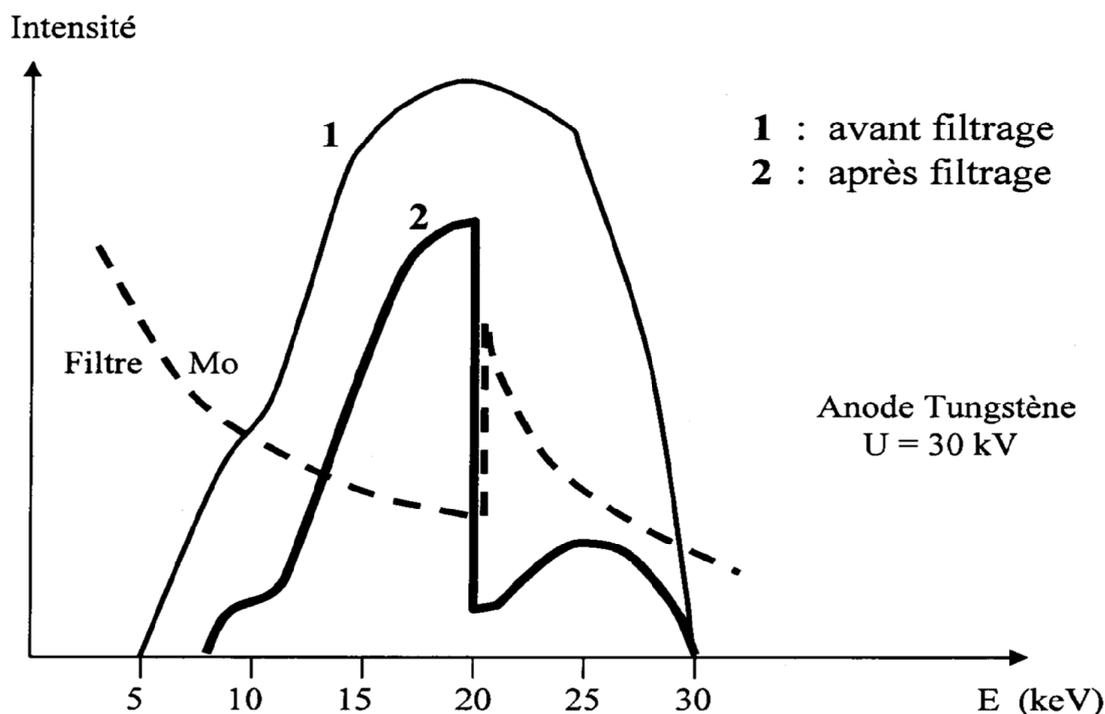
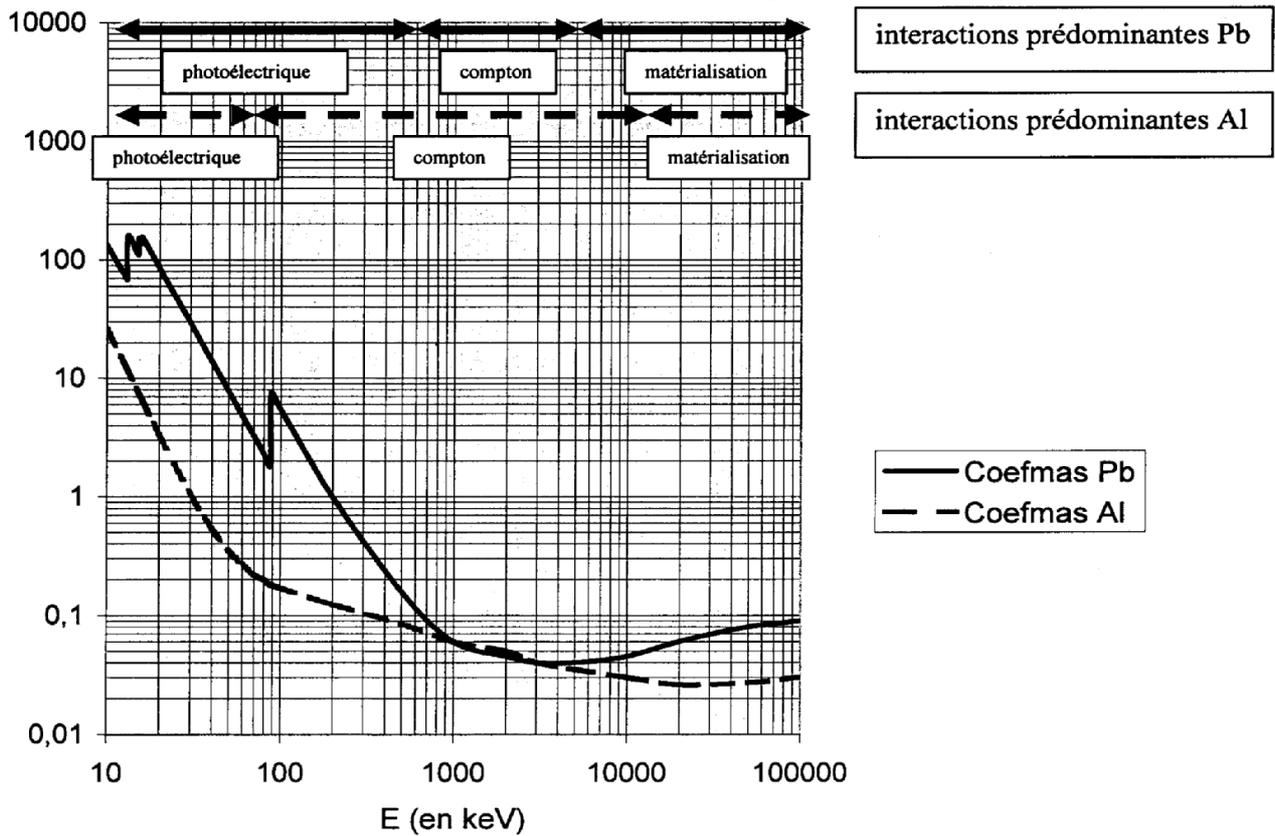


Figure 3

Coefficient massique d'atténuation dans l'aluminium et dans le plomb (en  $\text{cm}^2/\text{g}$ ) en fonction de l'énergie des photons (en keV)



Coordonnées de quelques points des courbes ci-dessus.

Énergie (en keV)	Coefmas Pb (en $\text{cm}^2/\text{g}$ )	Coefmas Al (en $\text{cm}^2/\text{g}$ )
10	132,8	26,2
20	86	3,32
50	7,82	0,35
87,9	1,84	0,18
88,1	7,47	0,18
100	5,46	0,17
200	1,0	0,124
500	0,159	0,085
1000	0,06	0,06
5000	0,04	0,035
10 000	0,045	0,03
20 000	0,06	0,026
50 000	0,08	0,027
100 000	0,09	0,03