

IMRT3 : DEVOIR 2 : 1112

Données :

nombre d'Avogadro : $6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

célérité de la lumière : $c = 2,998 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

unité de masse atomique : $1 \text{ u} = 931,49 \text{ MeV}/c^2$

masse du proton : $m_P = 1,007 82 \text{ u}$

niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène :

$$E_1 = -13,6 \text{ eV}$$

$$E_2 = -3,4 \text{ eV}$$

constante de Planck : $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

charge élémentaire : $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$

masse de l'électron : $m_e = 5,48 \times 10^{-4} \text{ u}$

masse du neutron : $m_N = 1,008 66 \text{ u}$

$$E_3 = -1,5 \text{ eV}$$

$$E_4 = -0,85 \text{ eV}.$$

Q1 : QCM: compléter le tableau par V pour Vrai et F pour Faux

- Les états d'énergie d'un électron sont définis par quatre nombres quantiques. On peut affirmer que :
 - le nombre quantique magnétique m varie par valeurs entières de $-n$ à $+n$
 - le nombre quantique secondaire l varie par valeurs entières de 0 à $n-1$
 - deux électrons appariés ont leurs quatre nombres quantiques identiques
 - le nombre quantique de spin s est demi-entier
 - le nombre quantique principal est toujours positif.
- La longueur d'onde d'un photon vaut $1,75 \text{ pm}$.
 - son énergie vaut $0,113 \text{ pJ}$
 - sa masse vaut $1,26 \times 10^{-30} \text{ kg}$
 - il peut donner lieu à une réaction de matérialisation au voisinage d'un noyau.
 - son énergie vaut $7,1 \text{ MeV}$
 - la fréquence de l'onde associée vaut $1,71 \times 10^{-20} \text{ Hz}$
- Le retour à l'état fondamental d'un atome d'hydrogène depuis le troisième état excité peut s'accompagner :
 - de l'émission d'un photon de $10,8 \text{ eV}$
 - de l'émission d'un photon de $15,8 \text{ eV}$
 - de l'émission d'un photon de $12,7 \text{ eV}$
 - de l'émission d'un photon de longueur d'onde $\lambda = 97,3 \text{ nm}$
 - de l'émission d'un photon d'énergie $2,18 \times 10^{-18} \text{ J}$
- L'énergie moyenne de liaison par nucléon de la particule α est $7,07 \text{ MeV/nucléon}$.
La masse de la particule α est
 - $4,002 58 \text{ u}$
 - $4,063 5 \text{ u}$
 - $4,032 98 \text{ u}$
 - $4,025 39 \text{ u}$
 - $4,000 \text{ u}$
- Un champ électrique peut être produit par :
 - une masse
 - un aimant
 - deux plaques parallèles chargées
 - une charge électrique
 - une masse en mouvement
- Un flux de protons, de vitesses initiales négligeables, est accéléré par une différence de potentiel de 100 kV .
 - l'énergie cinétique des protons vaut 100 kJ .
 - l'énergie cinétique des protons vaut $1,6 \times 10^{-17} \text{ J}$
 - les protons sont relativistes.
 - la vitesse des protons vaut $4,4 \times 10^7 \text{ m.s}^{-1}$
 - l'énergie totale d'un proton vaut 938 MeV .

7. Des particules α , d'énergie cinétique $E_c = 100 \text{ MeV}$ pénètrent dans une région où règne un champ magnétique de valeur $B = 1 \text{ T}$; la direction du champ magnétique est perpendiculaire à la vitesse des particules α .

- A. La trajectoire des particules est une parabole.
- B. Le mouvement des particules est accéléré.
- C. La trajectoire est un cercle de rayon $R = 144 \text{ cm}$
- D. l'énergie cinétique de la particule reste constante au cours du mouvement.
- E. Le rayon de la trajectoire est proportionnel à l'énergie cinétique initiale de la particule

8. Soit un condensateur plan dont les plaques P et P' sont de longueur $0,10 \text{ m}$ et distantes de $4,0 \text{ cm}$. La différence de potentiel entre les plaques vaut $U_{PP'} = 2,0 \text{ kV}$. La valeur du champ électrique régnant entre ces plaques vaut :

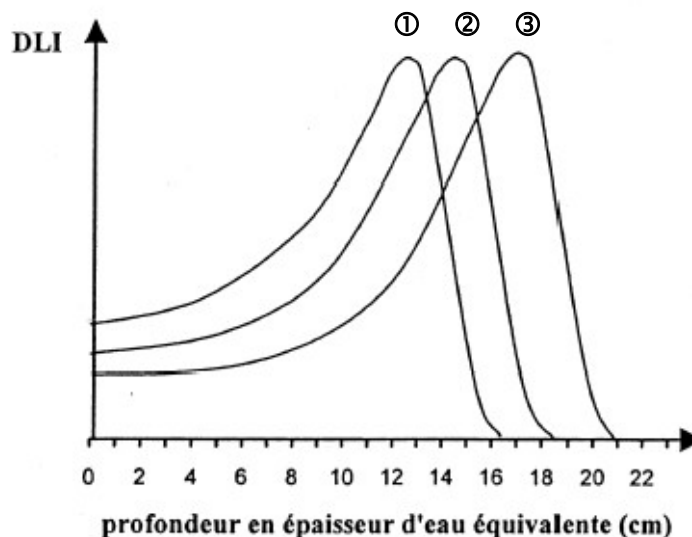
- A. 500 V.cm^{-1}
- B. 50 kV.m^{-1}
- C. $0,02 \text{ V.m}^{-1}$
- D. 50 V.m^{-1}
- E. 200 V.m^{-1}

9. Au cours de leur pénétration dans la matière d'un faisceau d'électrons

- A. L'énergie cinétique des électrons reste constante
- B. La trajectoire des électrons est une droite.
- C. Certains électrons s'annihilent en photons de $0,511 \text{ MeV}$
- D. Certains atomes de la matière sont ionisés
- E. Le transfert linéique d'énergie augmente en fin de parcours.

10. Le schéma ci-dessous représente la densité linéique d'ionisation pour des protons d'énergies différentes, au cours de leur pénétration dans l'eau.

- A. La profondeur de pénétration augmente avec l'énergie initiale des protons
- B. Le proton 3 est plus énergétique que le proton 1
- C. La DLI augmente avec l'énergie du proton
- D. En fin de parcours, l'énergie du proton augmente.
- E. Le nombre d'ionisations créées par le proton 1 est supérieur au nombre d'ionisations créées par le proton 3.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D										
E										

Q2 : Échographie - Effet Doppler

Données :

masses volumiques de différents milieux et célérité de l'onde sonore dans ces différents milieux :

Milieu	ρ (en kg.m^{-3})	c (en m.s^{-1})
Air	1,3	$3,4 \times 10^2$
Peau et graisse	$1,0 \times 10^3$	$1,4 \times 10^3$
Os	$1,9 \times 10^3$	$4,0 \times 10^3$

A. Ultrasons.

1. Quelle est la nature des ondes sonores ? Peuvent-elles se propager dans le vide ?
2. À partir de quelle fréquence peut-on qualifier les ondes d'ultrasonores ?
3. Nommer et expliquer brièvement le phénomène qui permet de générer des ultrasons.

B. Impédance acoustique.

1. L'impédance acoustique Z d'un milieu est donnée par la relation :

$$Z = \rho \cdot c$$

où ρ est la masse volumique du milieu et c la célérité du son dans ce même milieu.

Calculer l'impédance acoustique Z de chacun des trois milieux : (air), (peau et graisse), (os).

2. Le coefficient de transmission en énergie pour le passage du son d'un milieu 1 vers un milieu 2, en incidence quasi-normale, est donné par l'expression :

$$\alpha = \frac{4 Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

- 2.1. Calculer les coefficients de transmission en énergie pour les interfaces (air)-(peau et graisse) et (peau et graisse)-(os). Conclure.
- 2.2. Quel(s) problème(s) accompagne(nt) la transmission d'un ultrason au travers de l'interface (air)-(peau et graisse) ? Quelles(s) disposition(s) technique(s) utilise-t-on pour pallier ces difficultés ?

C. Échographie.

La sonde fonctionne en mode pulsé. En écho au train d'onde T_1 , on relève deux signaux e_0 et e_1 (figure 2). L'écho e_0 est provoqué par l'interface (gel)-(peau et graisse) et l'écho e_1 par l'interface (peau et graisse)-(os). Une durée $\Delta t = 20,8 \mu\text{s}$ séparent les échos e_0 et e_1 . Les célérités des signaux dans les différents milieux sont données dans le tableau figurant dans les données page 4.

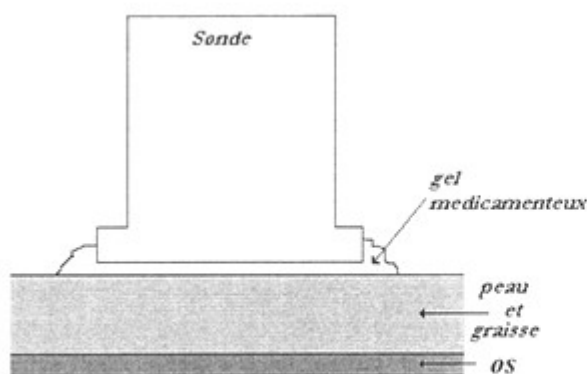


Figure 1

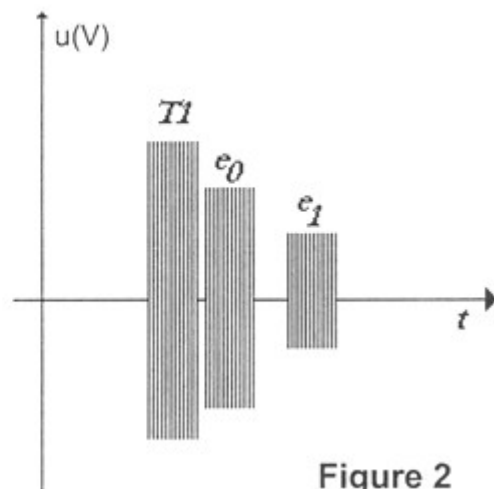


Figure 2

1. On note d la distance entre l'os et la surface de la peau.
 - 1.1. Exprimer littéralement en fonction de d la distance d' parcourue par le signal pour produire l'écho e_1 .
 - 1.2. Déterminer la relation entre d' et Δt puis en déduire la valeur de d .

2. Caractériser qualitativement les échos par rapport au train d'onde T_1 (fréquence, amplitude).

3. Le coefficient linéique d'absorption μ du milieu peau-graisse, à la fréquence utilisée, est de $12,2 \text{ m}^{-1}$.

3.1. Donner l'expression de l'intensité du signal I en fonction de l'intensité initiale I_0 après traversée d'une épaisseur x du milieu.

3.2. Exprimer l'intensité I' du signal en fonction de l'intensité initiale I après un aller-retour dans le milieu (peau et graisse) d'une épaisseur x et réflexion sur l'os. En déduire la valeur du rapport I' / I_0 pour $x = 1,5 \text{ cm}$.

D. Effet Doppler.

On souhaite mesurer le débit sanguin dans une veine, en mettant à profit l'effet Doppler. La sonde fonctionne en mode pulsé à la fréquence de $4,3 \text{ MHz}$. On se place dans le cas où l'épaisseur du milieu (peau et graisse) est négligeable devant celle de la veine. La célérité des ultrasons dans le sang est de $1,5 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$

1. Décrire succinctement le phénomène nommé "effet Doppler".

2. Le déplacement en fréquence est donné par la relation :

$$f_r - f_0 = \frac{2 v \cos \theta}{c} f_0$$

Définir tous les termes de cette relation.

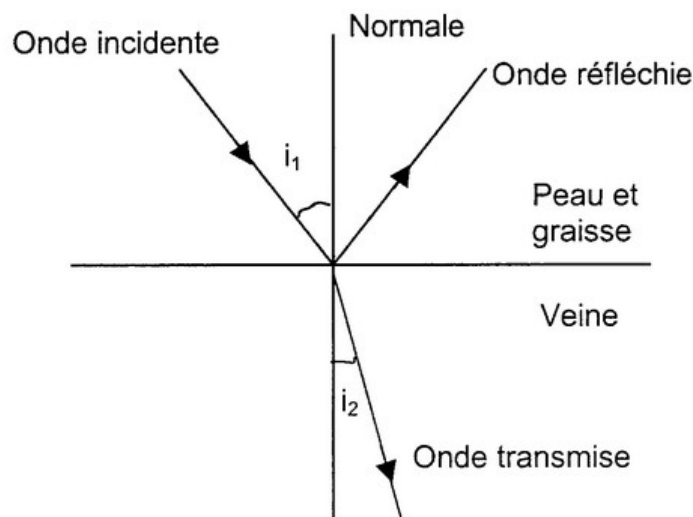
Calculer la vitesse du sang dans la veine pour $f_r - f_0 = 0,50 \text{ kHz}$ et $\theta = 60^\circ$.

3. Pour quelle valeur de θ cet écart serait théoriquement maximum ? Cette valeur est-elle réaliste en pratique dans le cadre professionnel ?

4. Les ondes ultra sonores sont déviées à l'interface entre deux milieux conformément à la loi de Snell-Descartes :

$$\frac{\sin i_1}{c_1} = \frac{\sin i_2}{c_2}$$

i_1 est l'angle d'incidence, i_2 est l'angle de réfraction, c_1 et c_2 les célérités respectives des ultrasons dans les milieux concernés. La figure ci-dessous schématise le phénomène.



L'angle d'incidence de l'onde ultra sonore à l'interface (peau et graisse)-(veine) étant égal à 30° , calculer son angle de réfraction dans le sang.

5. Comparer les valeurs de i_1 et i_2 . En déduire si le phénomène de réfraction est préjudiciable pour la détermination de la vitesse du sang dans la veine.

PROBLÈME : Tomographie par émission de positrons

Données :

masse atomique de l'oxygène 18 $m_o = 17,999160 \text{ u}$

masse atomique du fluor 18 $m_F = 18,000938 \text{ u}$

masse volumique du plomb : $\rho = 11,3 \text{ g.cm}^{-3}$

On utilise essentiellement le fluorodesoxyglucose FDG marqué au fluor 18 pour ce type d'examen.

1. Production du fluor 18 ($Z = 9$).

Le fluor 18 est fabriqué après collision entre un noyau d'oxygène 18 ($Z = 8$) à l'état liquide et un proton de haute énergie cinétique ($E_c = 18 \text{ MeV}$), issu d'un cyclotron.

Une autre particule élémentaire est émise lors de cette collision.

Écrire l'équation de la transmutation nucléaire en précisant les deux lois utilisées.

2. Désintégration du fluor 18

Le fluor 18 se désintègre par émission β^+ pour donner de l'oxygène, le noyau de l'oxygène est obtenu dans son état fondamental.

2.1. Écrire l'équation de cette désintégration.

2.2. Donner le schéma de désintégration du fluor 18.

2.3. Montrer que l'énergie totale libérée (énergie disponible) au cours de cette désintégration vaut $E = 0,635 \text{ MeV}$.

2.4. Expliquer pourquoi l'énergie cinétique des particules β^+ émises peut prendre plusieurs valeurs ; donner les valeurs extrêmes de ces énergies.

2.5. La présence du fluor 18 peut être mise en évidence par une gamma-caméra détectant des photons d'énergie bien particulière ; préciser la valeur de cette énergie et les conditions de détection.

3. Détection des photons d'annihilation γ

Un dispositif (gamma caméra) composé d'un cristal scintillateur et d'un photomultiplicateur permet de détecter les photons γ

Le cristal scintillateur BGO : Bismuth Germanium Oxide, a une épaisseur de 2 pouces $\frac{1}{4}$, soit 5,71 cm. Les photons de scintillation émis ont pour longueur d'onde $\lambda' = 480 \text{ nm}$.

3.1. Un photon d'annihilation d'énergie $E = 511 \text{ keV}$ cède toute son énergie à un électron de conduction du cristal : donner le nom de ce type d'interaction.

Expliquer pourquoi l'énergie cinétique de l'électron émis est peu différente de l'énergie du photon incident.

3.2. **Cet électron va subir plusieurs interaction avec le cristal, avec émission de photons de scintillations ($\lambda' = 480 \text{ nm}$).** Calculer l'énergie d'un photon de scintillation (en J et en eV) ; en déduire le nombre (théorique) de photons de scintillation émis par photon d'annihilation détecté.

3.3. Un autre effet que celui cité en 3.1. se produit quand les photons interagissent dans le scintillateur ; donner une brève description de ce type d'interaction.

3.4. Derrière le cristal, se trouvent une photocathode et un système de dynodes ; ce système constitue un photomultiplicateur.

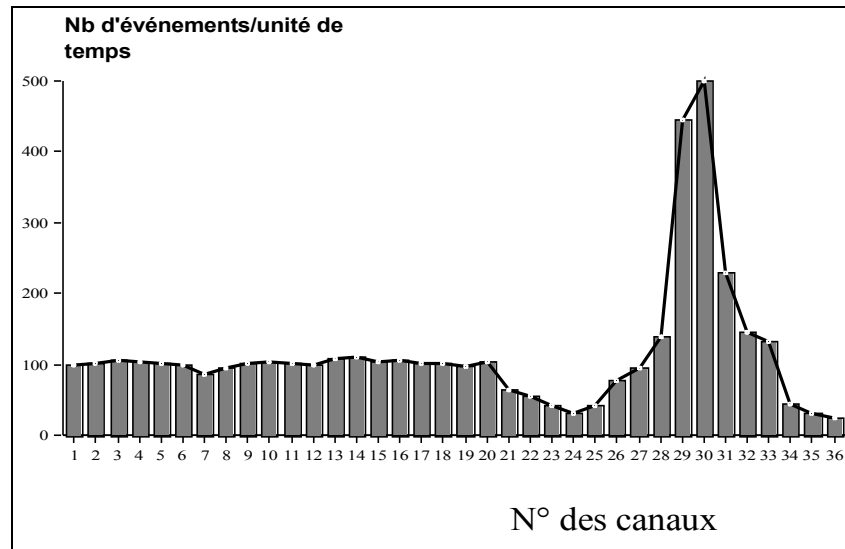
Exposer brièvement le principe de fonctionnement d'un photomultiplicateur.

Donner la relation simple existant entre le signal de sortie du photomultiplicateur et l'énergie du photon d'annihilation détecté.

3.5. *Au cours d'une acquisition, on mesure le nombre d'impulsions pendant une durée déterminée, pour une hauteur de signal donnée (un canal, correspondant à un intervalle d'énergie des photons incidents) ; cette mesure est répétée pour plusieurs canaux. On obtient alors la courbe ci après, indiquant la fréquence des événements correspondant à un canal particulier.*

Il est nécessaire d'étalonner l'appareil, c'est-à-dire trouver une correspondance entre le numéro du canal et la valeur en énergie des photons détectés.

Quelle valeur d'énergie des photons incidents doit-on affecter au canal 30 ?



4. Activité de la source radioactive

A la sortie du réacteur, un automate de synthèse permet de remplacer un groupement OH du glucose par du fluor 18. La molécule marquée a alors des propriétés analogues au glucose. Dans l'organisme, elle se fixe dans les cellules cancéreuses, qui ont un métabolisme augmenté par rapport aux cellules saines.

La période radioactive (demi-vie) du fluor 18 est : $T_{1/2} = 112$ minutes.

Plusieurs doses sont produites en même temps pour réaliser trois examens.

Le premier examen a lieu à 10 h et on injecte au patient une dose d'activité : $A = 260$ MBq.

4.1. Calculer la constante radioactive du fluor (unités du système international)

En déduire le nombre N de noyaux de fluor18 contenus dans une dose.

Calculer la masse de fluor correspondante.

4.2. Un deuxième patient a son examen 2 heures plus tard et on doit également lui injecter une dose d'activité : $A = 260$ MBq.

Déterminer l'activité A_{20} que doit avoir cette dose lorsqu'on la prépare à 10 h du matin.

4.3. Un troisième patient a son examen 6 heures plus tard et on doit également lui injecter une dose d'activité : $A = 260$ MBq.

Déterminer l'activité A_{60} que doit avoir cette dose lorsqu'on la prépare à 10 h du matin.

4.4. Déterminer la durée nécessaire à la diminution de 99,9% de l'activité initiale A.

En déduire pourquoi le cyclotron doit se trouver près de l'endroit où l'examen est réalisé.

4.5. Dans la réalité, on constate, chez le patient, une diminution de la radioactivité de 99,9 % pour une durée correspondant à environ 13 h ; donner une explication à ce phénomène.

5. Radioprotection

La couche de demi-atténuation des photons γ de 511 keV vaut $x_{1/2} = 4,0$ mm pour le plomb.

5.1. Calculer le coefficient d'atténuation linéique correspondant.

Retrouver ce résultat en exploitant le graphique donné ci-après ; préciser par quel(s) type(s) d'interaction(s) ces photons réagissent avec le plomb.

5.2. Une enceinte blindée a une épaisseur : $x = 50$ mm.

Calculer la fraction du rayonnement transmis par cette enceinte.

5.3. Expliquer pourquoi le port d'un tablier de plomb d'épaisseur : $e = 0,4$ mm n'est d'aucune utilité pour se protéger de ce type de rayonnement.

5.4. Une source de 260 MBq entraîne un débit de dose de $15 \mu\text{Sv.h}^{-1}$ à une distance : $d_0 = 2,0$ m de la source. Déterminer le débit de dose à une distance : $d = 3,0$ m de la source.

