

## IMRT2 : DEVOIR 3 : 0910

### Données :

nombre d'Avogadro :  $6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .  
célérité de la lumière :  $c = 2,998 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$   
masse de l'électron :  $m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$

constante de Planck :  $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$   
charge élémentaire :  $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$   
masse du proton :  $m_p = 1,672 \times 10^{-27} \text{ kg}$

|             | masse volumique ( $\text{kg.m}^{-3}$ ) | célérité ( $\text{m.s}^{-1}$ ) | impédance acoustique (rayl) |
|-------------|----------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| eau         | $1,00 \times 10^3$                     | $1,48 \times 10^3$             | $1,48 \times 10^6$          |
| muscle      | $1,07 \times 10^3$                     | $1,55 \times 10^3$             |                             |
| graisse     | $0,92 \times 10^3$                     | $1,45 \times 10^3$             |                             |
| tissus mous |                                        | $1,54 \times 10^3$             |                             |

### Q1 : QCM: compléter le tableau par V pour Vrai et F pour Faux (fin du sujet)

- Une onde acoustique :
  - se propage à la célérité  $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  dans l'air.
  - ne se propage pas dans le vide.
  - se propage plus vite dans l'eau que dans l'air.
  - a une célérité qui augmente quand la fréquence de l'onde augmente.
- Une onde sinusoïdale ultrasonore de fréquence  $f = 1,0 \text{ MHz}$  de célérité  $c = 340 \text{ m/s}$ 
  - a une longueur d'onde de  $0,34 \text{ mm}$ .
  - a une longueur d'onde de  $300 \text{ m}$ .
  - a une longueur d'onde de  $3,3 \text{ mm}$ .
  - a une longueur d'onde de  $0,34 \text{ m}$ .
- L'impédance acoustique d'un milieu :
  - dépend de la fréquence de l'onde sonore qui s'y propage.
  - est plus importante dans les solides que dans les gaz.
  - peut s'exprimer en  $\text{g.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$ .
  - peut s'exprimer en  $\text{N.m}^{-1}$ .
- Une onde acoustique de fréquence  $f = 5,6 \text{ MHz}$  se propage de la graisse vers le muscle.
  - l'impédance du muscle vaut  $Z = 0,69 \times 10^3 \text{ rayl}$ .
  - l'impédance de la graisse vaut  $Z = 1,33 \times 10^6 \text{ rayl}$ .
  - le coefficient de réflexion, en incidence normale, de l'interface muscle/graisse vaut  $0,012$ .
  - le coefficient de transmission, en incidence normale, de l'interface muscle/graisse vaut  $0,25$ .
- Une onde acoustique de fréquence  $f = 5,6 \text{ MHz}$  se propage de la graisse vers le muscle.  
La sonde, appliquée sur la peau envoie une impulsion dans un milieu constitué de  $1,2 \text{ cm}$  de graisse, puis de  $2,0 \text{ cm}$  de muscle, puis de  $1,2 \text{ cm}$  de graisse (l'épaisseur de la peau est négligée). On observe une succession d'échos notés E1, E2, E3, E4 ...etc ; l'écho E1 correspond à la réflexion du signal sur la peau.
  - dans ce cas, il est indispensable d'intercaler du gel entre la sonde et la peau pour observer ces échos.
  - la durée séparant les réceptions de E1 et E2 vaut  $8,3 \mu\text{s}$ .
  - la durée séparant les réceptions de E2 et E3 vaut  $25,8 \mu\text{s}$ .
  - la durée séparant les réceptions de E1 et E4 vaut  $34,1 \mu\text{s}$ .
- Deux sources sonores identiques émettent simultanément avec une intensité sonore de  $40 \text{ dB}$  chacune. Le son résultant a une intensité de :
  - $80 \text{ dB}$
  - $50 \text{ dB}$
  - $43 \text{ dB}$
  - $42 \text{ dB}$ .

7. Une onde acoustique se propage dans un milieu d'épaisseur  $x$  :
- l'atténuation est plus grande quand la fréquence du son est grande.
  - l'atténuation est indépendante de la fréquence.
  - si l'épaisseur est multipliée par 2, l'énergie transmise est divisée par 2.
  - l'épaisseur pour laquelle l'énergie transmise est divisée par 2 est indépendante de la fréquence.
8. Le coefficient d'atténuation linéique des ultrasons, pour une fréquence de 1,0 MHz, dans le muscle vaut  $\mu = 26,2 \text{ m}^{-1}$
- après une traversée de 2,6 cm de muscle, l'intensité du faisceau est divisée par 2.
  - après une traversée de 5,3 cm de muscle, le signal est atténué de 6 dB.
  - après une traversée de 3,8 cm de muscle, l'intensité du faisceau est divisée par 2.
  - le coefficient d'atténuation du faisceau est de  $1,14 \text{ dB.cm}^{-1}$ .

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a |   |   |   |   |   |   |   |   |
| b |   |   |   |   |   |   |   |   |
| c |   |   |   |   |   |   |   |   |
| d |   |   |   |   |   |   |   |   |

## Q2. Cyclotron.

Le cyclotron est constitué de deux "dees" ( $D_1$ ,  $D_2$ ) conducteurs, dans le vide desquels règne un champ magnétique uniforme constant  $\vec{B}$  ( $B = 2,0 \text{ T}$ ). On applique entre ces "dees" une tension alternative sinusoïdale  $u(t) = U_{\max} \sin(\omega t)$  qui accélère les protons  $p$  quand ils passent entre les deux "dees". Les protons sortent d'une chambre d'ionisation au voisinage du centre O de l'appareil avec une vitesse supposée négligeable au moment où la tension appliquée aux «dees» est maximum :  $U_{\max} = 20 \text{ kV}$

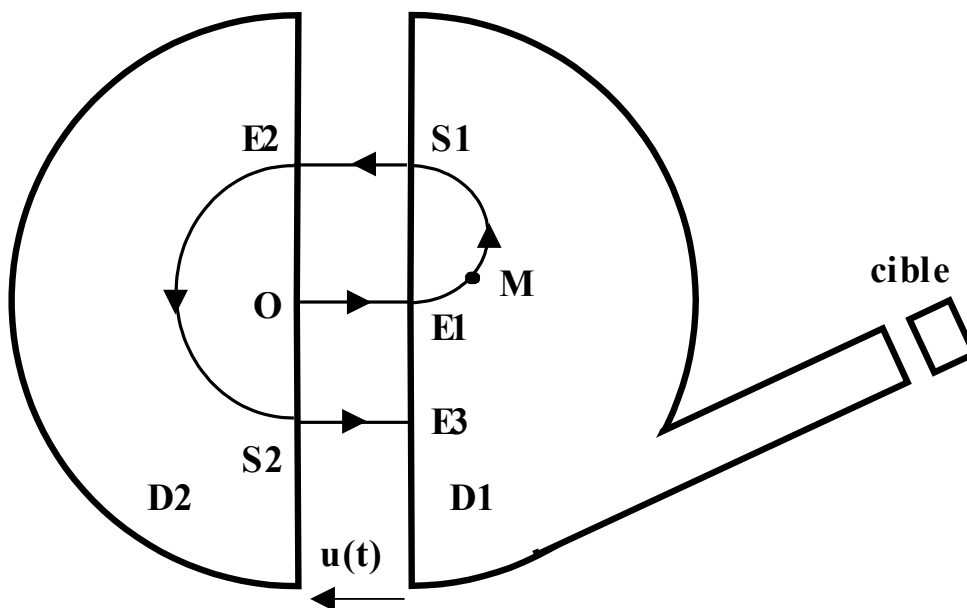
- 1 : Donner sans démonstration la nature du mouvement des protons :
- Entre les deux "dees".
  - À l'intérieur de  $D_1$  ou  $D_2$ .
- 2 : Représenter sur le schéma du cyclotron ci dessous :
- Le champ électrique quand le proton passe de  $D_1$  à  $D_2$ . Quel est à cet instant le signe de  $u(t) = V_{D2} - V_{D1}$  ?
  - Le champ magnétique défecteur  $\vec{B}$
  - Les vecteurs vitesse et  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$  en  $E_1$  et M.
  - La force magnétique qui s'exerce sur le proton quand il passe en M.

### 3 : Énergie et vitesse

1. Donner, en électronvolt et en joule, la variation d'énergie cinétique  $\Delta E$  des protons quand ils passent d'un "dee" à l'autre ?
2. En supposant leur énergie négligeable quand ils sont émis en O, donner l'expression en fonction du nombre de passage entre les "dees", leur énergie cinétique  $E_n = f(n)$ , en électronvolt et en joule.
3. Donner l'expression de la vitesse en fonction du nombre de passage entre les dees  $v = f(n)$  de ces protons supposés non relativistes.
4. Donner l'expression du rayon de la trajectoire en fonction du nombre de passage entre les dees  $R = f(n)$ .

### 4 : Vitesse finale.

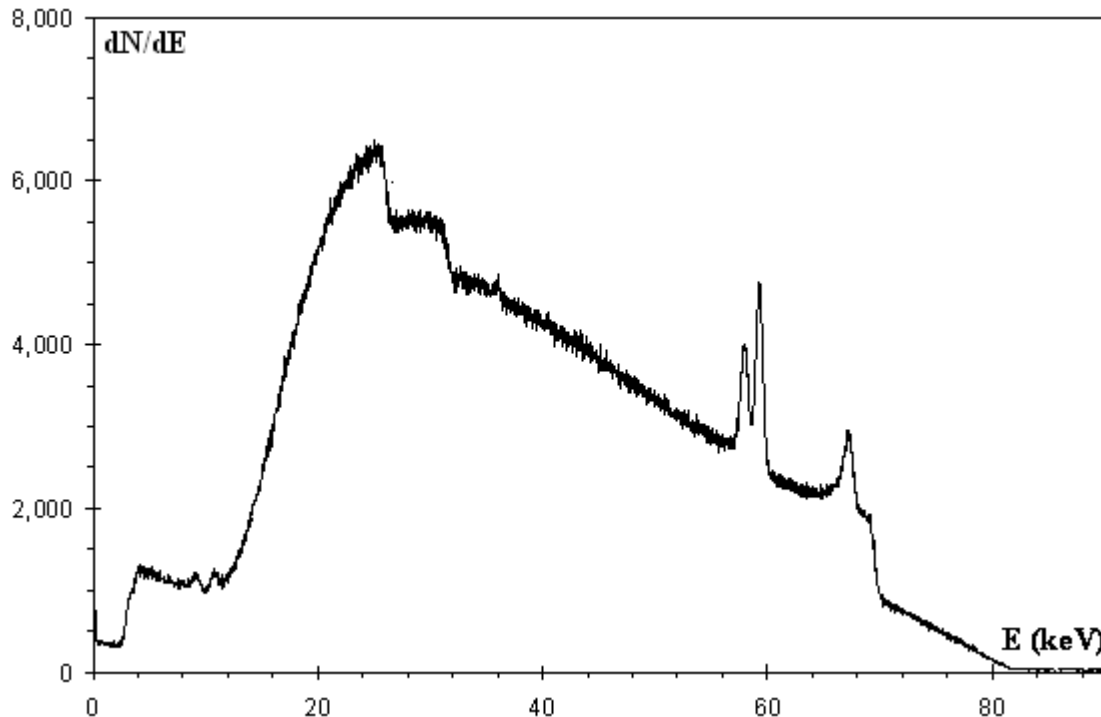
1. Les protons sortant du cyclotron avec une énergie finale  $E_{CF} = 16 \text{ MeV}$ , combien de fois seront-ils passés entre les "dees".
2. Combien de tours auront-ils fait ?
3. A quelle vitesse  $v_s$  sortent-ils si on les considère non relativistes ?
4. En réalité, ces protons sont relativistes. Donner l'expression relativiste de l'énergie cinétique et calculer la vitesse des protons à la sortie du cyclotron. Comparer les deux vitesses, en calculant l'écart relatif entre celles-ci.



# Problème : Examen radiologique et examen échographique

## I. EXAMEN RADIOLOGIQUE

Un tube de Coolidge, à anode de tungstène, est alimenté par une tension  $U = 83 \text{ kV}$ .  
On donne un exemple de spectre des rayons X produits.



**Données spécifiques au problème :**

**Niveaux d'énergie interne du tungstène.**

$$E_K = -69,5 \text{ keV}$$

$$E_L = -12,09 \text{ keV} ; -11,54 \text{ keV} ; -10,20 \text{ keV}$$

$$E_M \approx -2,4 \text{ keV}$$

**Coefficient linéique d'atténuation des rayons X utilisés  $\mu$**

**Muscle**  $\mu_m = 0,233 \text{ cm}^{-1}$

**Os**  $\mu_{os} = 0,527 \text{ cm}^{-1}$

- I.1. Nommer et décrire le phénomène à l'origine de la partie continue du spectre d'émission des rayons X.
- I.2. Expliquer le phénomène à l'origine de la présence de raies sur le spectre.
- I.3. Donner les significations des notations  $K_\alpha$  et  $K_\beta$  ; calculer les énergies des photons correspondants et identifier les raies sur le spectre.
- I.4. Établir la relation entre la tension  $U$  d'alimentation du tube et l'énergie maximale  $E_{\max}$  des rayons X produits.
- I.5. En déduire la longueur d'onde minimale  $\lambda_{\min}$  des photons X produits.
- I.6. Mesurer l'énergie des photons les plus nombreux et calculer leur longueur d'onde.
- I.7. Calculer le pourcentage de rayons X qui traverse 2,0 cm de muscle.
- I.8. Calculer le pourcentage de rayons X qui traverse 2,0 cm d'os.

I.9. Calculer le contraste radiologique entre les milieux muscle-os.:

On rappelle que le contraste radiologique  $C$  est définie par : 
$$C = \frac{e^{-\mu_m x} - e^{-\mu_{os} x}}{e^{-\mu_m x} + e^{-\mu_{os} x}}$$

I.10. D'après ces résultats, peut-on estimer que contraste radiologique suffisant ? Justifier la réponse.

## II. EXAMEN ÉCHOGRAPHIQUE

*On utilise des ultrasons de fréquence  $F = 1,0 \text{ MHz}$  à la même interface muscle-os (on négligera l'épaisseur de la peau et de la graisse)*

**Données :**

| Milieu | coefficient d'atténuation linéique des ultrasons de fréquence $1,0 \text{ MHz}$ ( $\text{m}^{-1}$ ) | Masse volumique ( $\text{kg.m}^{-3}$ ) | Célérité des ultrasons ( $\text{m.s}^{-1}$ ) |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------------|
| Muscle | 26,2                                                                                                | $1,07 \times 10^3$                     | 1550                                         |
| Os     | 263                                                                                                 | $1,65 \times 10^3$                     | 4000                                         |

II.1. Calculer les impédances acoustiques  $Z_M$  du muscle et  $Z_{OS}$  de l'os.

II.2. On rappelle que les coefficients de réflexion et de transmission d'une onde ultra-sonore arrivant perpendiculairement à la surface entre deux milieux sont donnés par les relations :

$$R = \left( \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2 \quad \text{et} \quad T = \frac{4 Z_2 Z_1}{(Z_2 + Z_1)^2}$$

Calculer les coefficients de réflexion et de transmission à l'interface muscle-os.

II.3. La sonde envoie une salve d'ultrasons d'intensité acoustique  $I_0$  dans le milieu constitué de 2,0 cm de muscle puis 3,0 cm d'os. Calculer la durée qui sépare l'émission de la salve de la réception de l'écho dû à l'interface muscle-os.

II.4. Calculer l'atténuation en décibel (dB) du signal lorsque après un parcours de 2,0 cm dans le muscle.

On rappelle que l'atténuation en décibel est définie par  $A = 10 \log \left( \frac{I_0}{I} \right)$ .

II.5. On compare l'intensité du signal juste après son entrée dans le muscle et l'intensité de l'écho à son retour, à la même position (juste avant la sortie du muscle) ; calculer l'atténuation subie par le signal, toujours en décibel.

### III. ÉCHOGRAPHIE DE TYPE A.

*C'est une échographie temps-amplitude au cours de laquelle la sonde précédemment étudiée émet des 'salves' ultrasonores de très courte durée  $\tau = 2,0 \mu s$ . La même sonde enregistre les échos renvoyés par les surfaces de séparation des différents milieux, sur un écran d'oscilloscope dont la base de temps est réglée à  $50 \mu s/div$ .*

#### III.1. Mesures de distances.

III.1.1. En exploitant l'oscillogramme de la figure 2, mesurer la durée qui s'écoule entre la réception des échos renvoyés par les parois de la structure échogène observée dans les tissus mous.

III.1.2. Déterminer la dimension  $d$ , dans le plan d'incidence particulier de la figure 2, de la structure échogène observée dans les tissus mous :

en considérant qu'elle est constituée d'eau.

en considérant que c'est un os

Conclure.

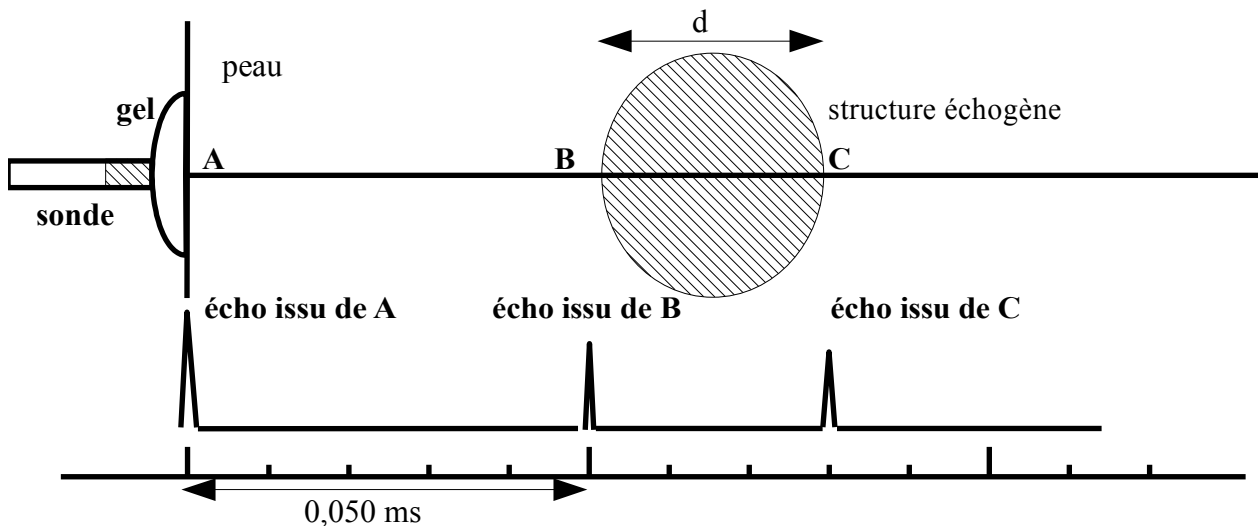


figure 2 ▲

#### III.2. Résolution axiale.

*La durée des salves ultrasonores vaut  $\tau = 2,0 \mu s$ , la fréquence de l'onde vaut maintenant  $f = 4,0 \text{ MHz}$ , On considère que deux interfaces ne pourront être séparées que si les échos ne se recouvrent pas, c'est à dire si la durée séparant la réception de deux échos successifs est supérieure à la durée d'une salve.*

2.1. Calculer la distance minimale  $CD$  que l'on peut mesurer dans cette situation (voir figure 3). En déduire la résolution axiale  $r_A$  de l'appareil utilisé dans ces conditions.

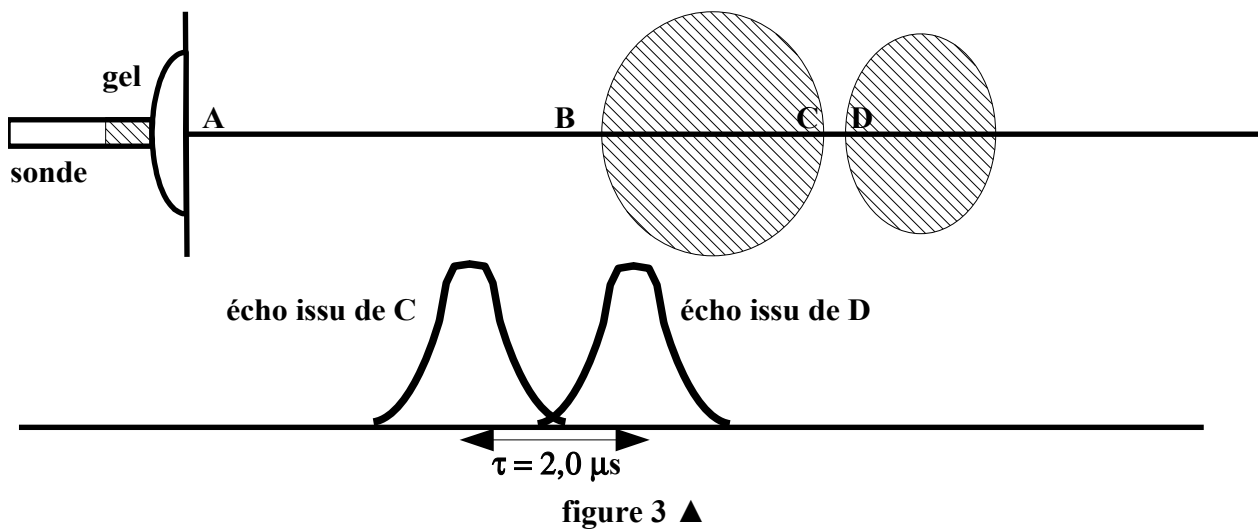
*La durée d'une salve est limitée par le nombre de périodes du signal sonore qui la composent.*

2.2. Dans le cas évoquée, calculer le nombre de périodes contenues dans une salve.

*La sonde émet maintenant un signal de fréquence  $f' = 8,0 \text{ MHz}$ .*

2.3. En supposant que le nombre de périodes contenues dans une salve reste le même, calculer la durée de la salve  $\tau'$  émise par le dispositif. En déduire la nouvelle résolution axiale  $r_A'$  dans ces conditions.

Conclure.

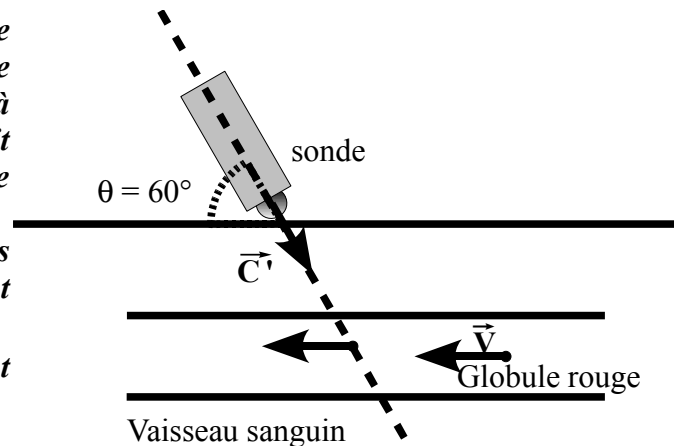


#### IV. VÉLOCIMÉTRIE DÖPPLER.

Cette sonde, délivrant toujours un signal de fréquence  $f = 4,0 \text{ MHz}$ , est maintenant utilisée pour étudier le débit sanguin d'un vaisseau situé à l'intérieur du tissu étudié précédemment. Elle fait un angle de  $60^\circ$  avec la paroi du tissu, comme indiqué dans la figure 4 ci-contre. ►

On supposera que la célérité des ondes ultrasonores dans le tissu (et dans le vaisseau) vaut  $C' = 1,50 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$ .

La vitesse du sang dans le vaisseau vaut  $V = 7,5 \text{ cm.s}^{-1}$ .



Le décalage relatif de fréquence est donnée par l'expression : 
$$\left| \frac{\Delta f}{f} \right| = \frac{2 V \cos \theta}{C}$$

IV.1. La fréquence de réception est elle supérieure ou inférieure à la fréquence d'émission ? Justifier brièvement.

IV.2. Calculer le décalage relatif en fréquence  $\left| \frac{\Delta f}{f} \right|$ , puis le décalage en fréquence  $\Delta f$ .

Quel commentaire peut-on faire sur ces valeurs ?

IV.3. Pour réaliser la mesure, on réalise des battements entre le signal d'émission et le signal de réception (en additionnant les signaux) ; schématiser la forme du signal obtenu ; faire apparaître la période des battements sur ce schéma.

IV.4. La fréquence de ces battements est égale au décalage en fréquence calculée en 2. Rappeler le domaine de fréquence des sons audibles par l'oreille ; conclure.

IV.5. Après un déplacement de la sonde de quelques centimètres, l'opérateur perçoit un son différent, qu'il interprète comme étant dû à un rétrécissement du vaisseau sanguin ; le son perçu est-il plus aigu ou plus grave que le précédent ? Justifier.