

IMRT2 : DEVOIR 3 : 0708

Masse d'un proton	$m_p = 1,007\,276\text{ u}$	Charge élémentaire	$e = 1,602 \times 10^{-19}\text{ C}$
Masse d'un neutron	$m_n = 1,008\,665\text{ u}$	Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3,00 \times 10^8\text{ m.s}^{-1}$
Masse d'un électron	$m_e = 0,000\,548\text{ u}$	Constante de Planck	$h = 6,626 \times 10^{-34}\text{ J.s}$
Unité de masse atomique		$1\text{ u} = 1,66054 \times 10^{-27}\text{ kg} = 931,5\text{ MeV.c}^{-2}$	

Q1 (16 points) Compléter le tableau (en fin de sujet) par V pour vrai et F pour faux.

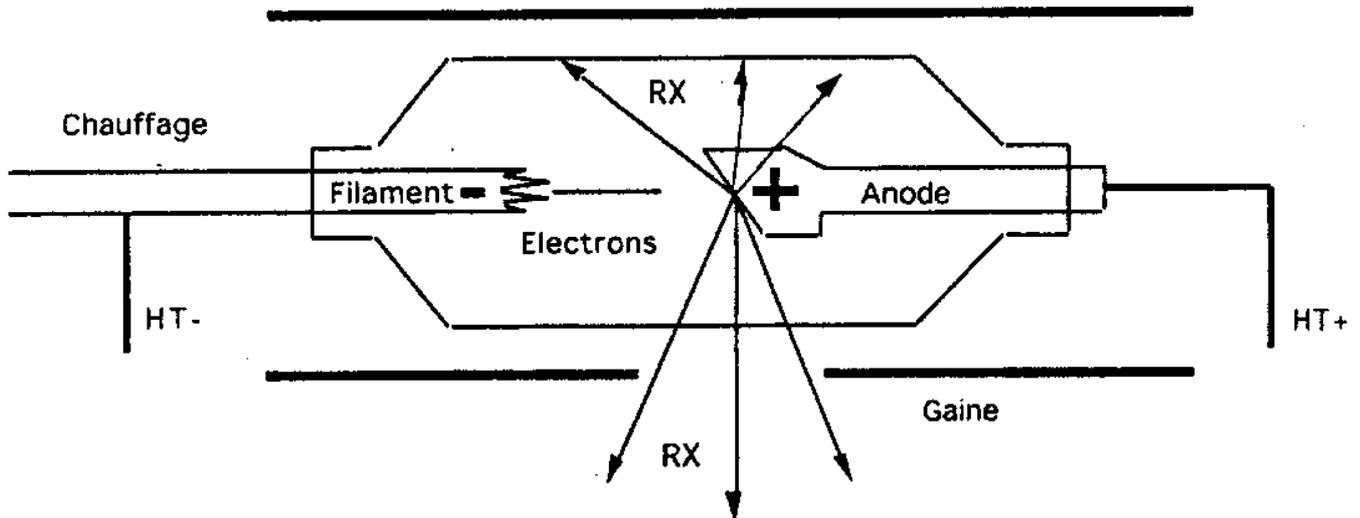
- 1) L'énergie m_0c^2 d'un électron au repos vaut :
 - a) 0,511 keV
 - b) 0,511 MeV
 - c) 81,8 fJ
 - d) $8,18 \times 10^{-17}\text{ J}$
- 2) la vitesse d'un proton vaut $v = 50\,000\text{ km.s}^{-1}$:
 - a) Son énergie cinétique vaut 13 keV
 - b) Son énergie cinétique vaut $E_c = 2,1 \times 10^{-12}\text{ J}$
 - c) Son énergie totale vaut 951 MeV
 - d) Son énergie de masse vaut 931,5 MeV
- 3) Le niveau fondamental de l'atome d'hydrogène vaut -13,6 eV
 - a) Le niveau fondamental de l'atome d'hydrogène vaut $-2,17 \times 10^{-18}\text{ J}$
 - b) Le niveau du second état excité vaut -1,7 eV
 - c) Le niveau du premier état excité vaut $-1,09 \times 10^{-18}\text{ J}$
 - d) Le niveau du premier état excité vaut -3,4 eV
- 4) Les niveaux 2s, 2p, 3s et 3p du lithium sont respectivement -5,39eV, -3,54 eV, -2,00 eV et -1,54 eV :
 - a) La transition $2p \rightarrow 2s$ correspond à un photon de d'énergie 0,85 eV
 - b) La transition $2p \rightarrow 2s$ correspond à un photon de longueur d'onde $6,72 \times 10^{-10}\text{ m}$
 - c) La transition $3s \rightarrow 2p$ correspond à un photon d'énergie $2,47 \times 10^{-19}\text{ J}$
 - d) La transition $3p \rightarrow 2s$ correspond à un photon de longueur d'onde 323 nm
- 5) On considère l'atome ${}_{11}^{21}\text{Na}$:
 - a) Le noyau de l'atome contient 11 neutrons
 - b) Le nuage électronique de l'atome neutre contient 10 électrons
 - c) Le noyau contient 21 nucléons
 - d) Le noyau contient 11 protons
- 6) Au cours d'une interaction Compton
 - a) Il se forme un photon et un positon.
 - b) La longueur d'onde du photon partant est inférieure à celle du photon incident
 - c) Le photon incident doit avoir une énergie supérieure à 0,511 MeV
 - d) L'énergie cinétique de l'électron partant est inférieure à l'énergie du photon incident.
- 7) Le trajet dans la matière d'un positon.
 - a) A une longueur qui ne dépend pas de la matière traversée.
 - b) Est plus long si l'énergie du positon est plus grande
 - c) Se repère grâce à l'émission finale d'un photon de 1,022 MeV
 - d) S'achève par la rencontre avec un électron

8) Les interactions d'un proton dans l'eau

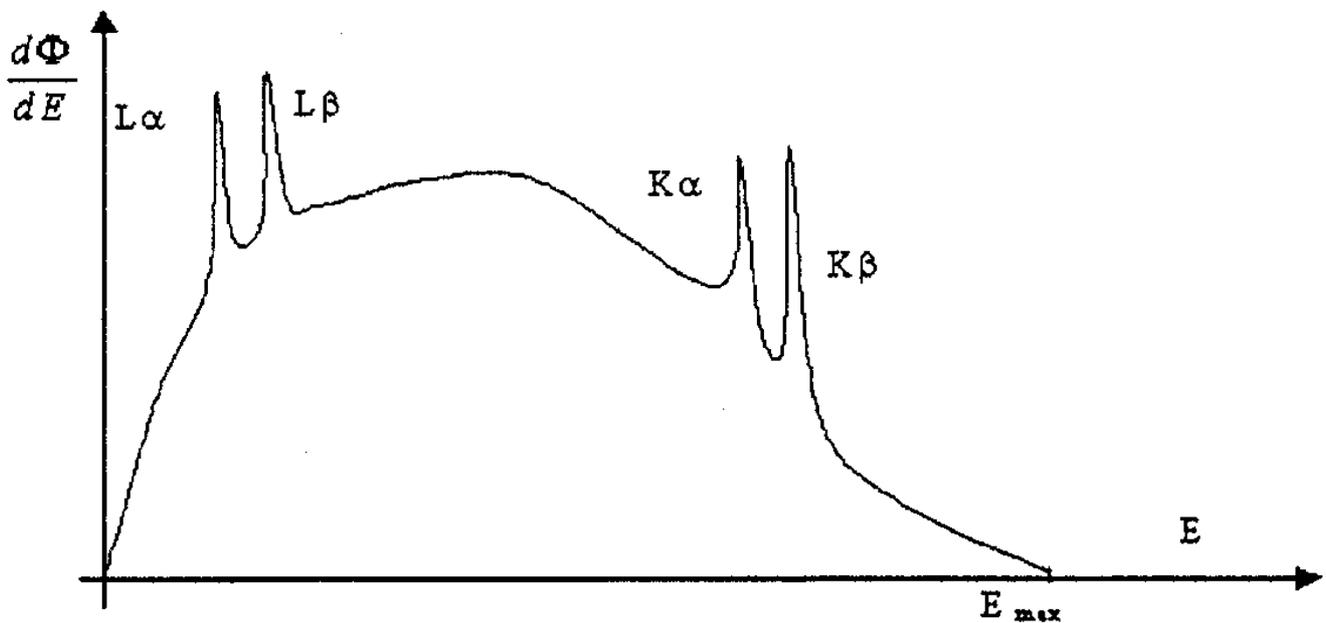
- a) Sont dues essentiellement au rayonnement de freinage
- b) Provoquent des ionisations dont le nombre total augmente avec l'énergie cinétique initiale du proton
- c) Diminue l'énergie cinétique du proton d'environ 33 eV par interaction.
- d) Sont plus nombreuses par unité de longueur quand l'énergie cinétique du proton est faible

Q2. Examen radiologique et examen échographique (16 points)

I. EXAMEN RADIOLOGIQUE



Un tube de Coolidge, dont le schéma est proposé ci-dessus, est alimenté par une tension $U = 75 \text{ kV}$. On donne un exemple de spectre des rayons X produits.



On donne :

Milieu	Muscle	Os
Coefficient linéique d'atténuation des rayons X utilisés $\mu \text{ (cm}^{-1}\text{)}$	$\mu_m = 0,233$	$\mu_{os} = 0,527$

- I.1. Expliquer le phénomène à l'origine du fond continu du spectre d'émission des rayons X.
- I.2. Expliquer le phénomène à l'origine de la production de photons d'énergie donnée qui forment les raies L_{α} , L_{β} , K_{α} , K_{β} .
- I.3. Donner les significations des notations L_{α} , L_{β} , K_{α} , K_{β} .
- I.4. Donner sans démonstration la relation entre la tension U d'alimentation du tube et l'énergie maximale E_{\max} des rayons X produits.
- I.5. En déduire la longueur d'onde minimale λ_{\min} des photons X produits.
- I.6. Les photons les plus nombreux ont une longueur d'onde $\lambda = 1,5 \lambda_{\min}$; calculer l'énergie de ces photons en keV.
- I.7. Calculer le pourcentage de rayons X qui traverse 2 cm de muscle.
- I.8. Calculer le pourcentage de rayons X qui traverse 3 cm d'os.
- I.9. Calculer le contraste radiologique C entre les milieux muscle-os si les rayons X traversent 2 cm de muscle ou 3 cm d'os, sachant que C est donné par la relation :

$$C = \frac{e^{-\mu_m X} - e^{-\mu_{os} X}}{e^{-\mu_m X} + e^{-\mu_{os} X}}$$

- I.10. D'après ces résultats, peut-on estimer que contraste radiologique suffisant ? Justifier la réponse.

II. EXAMEN ÉCHOGRAPHIQUE

On utilise des ultrasons de fréquence 1 MHz à la même interface muscle-os (on négligera l'épaisseur de la peau et de la graisse)

On donne :

Milieu	coefficient d'atténuation des ultrasons de fréquence 1 MHz (m^{-1})	Masse volumique ($kg.m^{-3}$)	Célérité des ultrasons ($m.s^{-1}$)
Muscle	26,2	$1,04 \times 10^3$	1580
Os	263	$1,65 \times 10^3$	4000

- II.1. Calculer les impédances acoustiques Z_m du muscle et Z_{os} de l'os.
- II.2. On rappelle que les coefficients de réflexion et de transmission d'une onde ultrasonore arrivant perpendiculairement à la surface entre deux milieux sont donnés par les relations :

$$R = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2 \quad \text{et} \quad T = \frac{4Z_2 Z_1}{(Z_2 + Z_1)^2}$$

Calculer les coefficients de réflexion et de transmission à l'interface muscle-os.

II.3. La sonde envoie une salve d'ultrasons d'intensité acoustique I_0 dans le milieu constitué de 2 cm de muscle puis 3 cm d'os. Calculer la durée qui sépare l'émission de la salve de la réception de l'écho dû à l'interface muscle-os.

II.4. Calculer l'intensité acoustique de l'écho reçu par la sonde exprimée en pourcentage de I_0 .

PROBLÈME (28 points)

A. Production des ultrasons

Pour une échotomographie abdominale, on utilise un émetteur à ultrasons, constitué d'une lame de quartz (L) dont les faces ont été métallisées (voir figure 1).

Elle vibre sous l'action d'un champ électrique alternatif obtenu en appliquant entre les deux faces parallèles de la lame une tension sinusoïdale u , de fréquence $f = 3,75$ MHz.

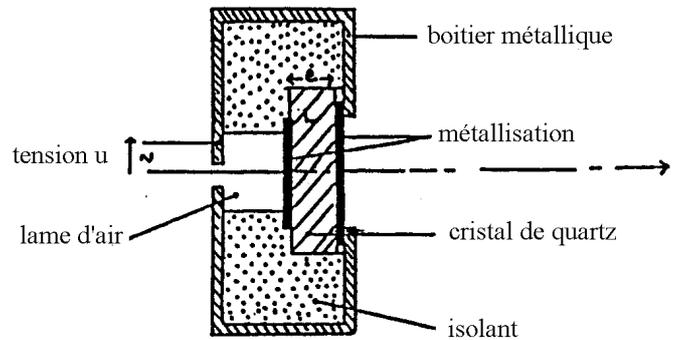


figure 1

1. Calculer la période T et la pulsation ω de ce faisceau d'ultrasons

2. L'épaisseur de la lame de quartz est liée à la longueur d'onde par la relation : $e = \frac{\lambda}{2}$

La célérité du son dans quartz vaut $C = 5700$ m.s⁻¹. Calculer l'épaisseur e de la lame de quartz.

B. Propagation des ultrasons

Les ondes ultrasonores se propagent dans un milieu matériel avec une célérité c , caractéristique de ce milieu et de sa température. À une température ordinaire de 20°C, on donne la valeur moyenne de c dans quelques milieux ainsi que leurs masses volumiques ρ .

Milieu	c (m.s ⁻¹)	ρ (g.cm ⁻³)
air	343	$1,3 \times 10^{-3}$
eau	1480	1,0
tissus mous	1 540	1,04
os	4 000	1,9

1. Longueurs d'ondes.

1.1. Calculer les longueurs d'ondes des ultrasons dans l'air et dans l'eau.

1.2. Expliquer pourquoi on dit que les phénomènes de diffraction sont plus importants dans le corps humain que dans l'air.

1.3. Pour diminuer les phénomènes de diffraction dans le corps humain, est-il préférable d'augmenter ou de diminuer la fréquence des ultrasons ? Justifier.

2. Réflexion des ultrasons.

2.1. Calculer à la température ordinaire, les impédances acoustiques de l'air, des tissus mous et du squelette ; préciser l'unité des grandeurs calculées.

2.2. En déduire la valeur du coefficient de réflexion à la surface de séparation tissus mous / squelette et air / tissus mous, sous incidence normale.

2.3. Conclure ; citer une solution utilisée en échographie pour contourner cette difficulté .

3. Atténuation des ultrasons.

L'intensité I du faisceau d'ultrasons, c'est-à-dire la puissance transportée par unité de surface, décroît avec l'épaisseur x du matériau traversé selon une loi exponentielle du type $I = I_0 e^{-\alpha x}$, où α représente un coefficient d'atténuation qui dépend du milieu traversé et varie avec la fréquence des ultrasons. Pour une fréquence f de 3,75 MHz, ce coefficient prend la valeur de 36 m^{-1} dans les tissus mous, alors que pour la fréquence $f' = 7,50 \text{ MHz}$, il vaut 144 m^{-1} .

3.1. Calculer, pour ces deux fréquences, l'intensité du faisceau après traversée d'une épaisseur de 2,0 cm de ces tissus, dans le cas d'une intensité initiale I_0 de $8,0 \text{ W.m}^{-2}$.

3.2. Calculer également en décibels (dB), pour ces deux fréquences, l'atténuation A du faisceau, donnée par la définition suivante, faisant intervenir un logarithme décimal :

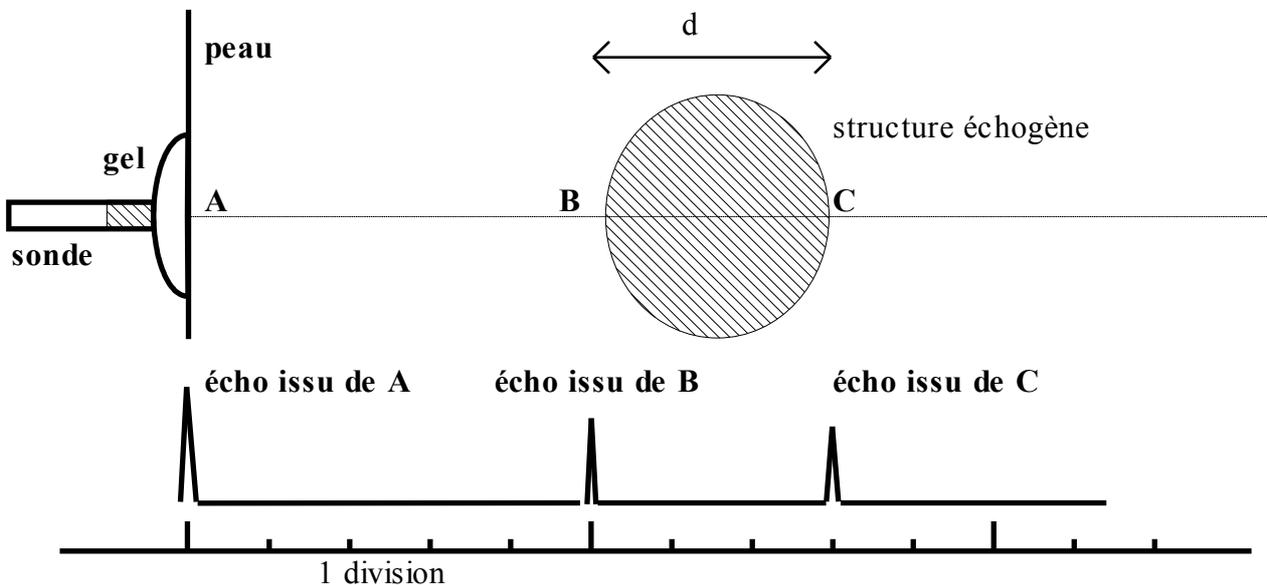
$$A = 10 \log \left(\frac{I_0}{I} \right)$$

3.3. Conclure (on pourra relier cette conclusion à celle faite en 1.3)

C. Échographie de type A

C'est une échographie temps-amplitude au cours de laquelle la sonde précédemment étudiée, émet des 'salves' ultrasonores de très courte durée $\tau = 1 \mu\text{s}$. La même sonde enregistre les échos renvoyés par les surfaces de séparation des différents milieux, sur un écran d'oscilloscope dont la base de temps est réglée à $50 \mu\text{s}/\text{div}$.

1. D'après l'oscillogramme de la figure 2, calculer la durée qui s'écoule entre la réception des échos renvoyés par les parois de la structure échogène observée dans les tissus mous.



2. Déterminer la dimension d , dans le plan d'incidence particulier de la figure 2, de la structure échogène observée dans les tissus mous :

en considérant qu'elle est constituée d'eau.

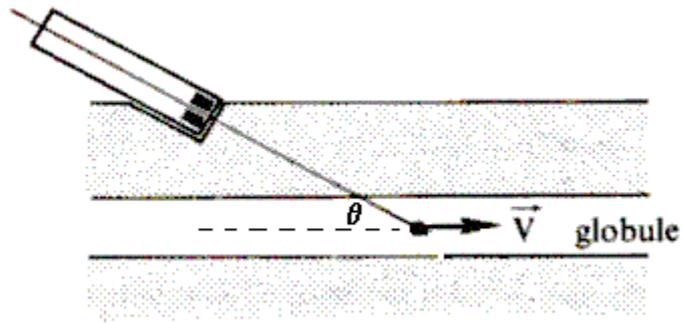
en considérant que c 'est un os

Conclure.

D. Vélométrie par effet Doppler.

Une sonde à ultrasons contient deux cristaux piézoélectriques : un pour l'émission (qui émet à une fréquence $f = 3,75 \text{ MHz}$) et l'autre pour la réception du signal diffusé par le milieu (et reçoit une fréquence f').

Le faisceau incident est dirigé vers le vaisseau sanguin, dans lequel les globules se déplacent à la vitesse $V = 5 \text{ cm/s}$; il fait un angle $\theta = 30^\circ$ avec la direction de circulation du sang (voir schéma). La célérité des ultrasons sera prise égale à $C = 1,5 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$.



La variation relative de fréquence est donnée par l'expression : $\left| \frac{\Delta f}{f} \right| = \frac{2V \cos \theta}{C}$

1. La fréquence de réception est elle supérieure ou inférieure à la fréquence d'émission ? Justifier brièvement.
2. Calculer l'écart $\Delta f = |f' - f|$ entre la fréquence d'émission et de celle de réception. Quel commentaire peut-on faire sur cette valeur ?
3. Pour réaliser la mesure, on réalise des battements entre le signal d'émission et le signal de réception (en additionnant les signaux) ; schématiser la forme du signal obtenu ; faire apparaître la période des battements sur ce schéma.
4. La fréquence de ces battements est égale à la variation de fréquence calculée en 2. Rappeler le domaine de fréquence des sons audibles par l'oreille ; conclure.
5. Après un déplacement de la sonde de quelques centimètres, l'opérateur perçoit un son différent, qu'il interprète comme étant dû à un rétrécissement du vaisseau sanguin ; le son perçu est-il plus aigu ou plus grave que le précédent ? Justifier.

	1	2	3	4	5	6	7	8
a								
b								
c								
d								